



UNIVERSIDAD DE LA RIOJA

TRABAJO FIN DE ESTUDIOS

Título

La proporcionalidad en el mundo cotidiano

Autor/es

ADRIÁN CHOCARRO PERNAUT

Director/es

JAIME MARTÍN FERNÁNDEZ CESTAU

Facultad

Escuela de Máster y Doctorado de la Universidad de La Rioja

Titulación

Máster Universitario de Profesorado, especialidad Matemáticas

Departamento

MATEMÁTICAS Y COMPUTACIÓN

Curso académico

2016-17



La proporcionalidad en el mundo cotidiano, de ADRIÁN CHOCARRO PERNAUT
(publicada por la Universidad de La Rioja) se difunde bajo una Licencia Creative
Commons Reconocimiento-NoComercial-SinObraDerivada 3.0 Unported.
Permisos que vayan más allá de lo cubierto por esta licencia pueden solicitarse a los
titulares del copyright.

TRABAJO FIN DE MÁSTER

LA PROPORCIONALIDAD EN EL MUNDO COTIDIANO

Autor:

Adrián Chocarro Pernaut

Tutor:

Jaime Martín Fernández Cestau

Máster en Profesorado, especialidad Matemáticas

Escuela de Máster y Doctorado



**UNIVERSIDAD
DE LA RIOJA**

AÑO ACADÉMICO 2016/2017

Resumen

En este trabajo, reflexionaré sobre los contenidos que hemos tratado a lo largo del Máster, y la gran utilidad que tendrán en nuestro futuro como docentes. En primer lugar, se introducirá un marco teórico con los contenidos más importantes vistos durante el curso. A continuación, se hablará de la experiencia vivida durante el período de prácticas, incluyendo una unidad didáctica que se llevó a cabo por completo. Por último, se desarrollará un proyecto de innovación que pretende que los alumnos vean la utilidad de la proporcionalidad en la vida real.

Abstract

In this paper, I will reflect on the contents discussed throughout the Master, and the large use that they will have in our future as teachers. Firstly, I will introduce a theoretical framework with the most important contents seen over the year. Next, I will talk about the experience that I had during the practical training period, including a didactic unit that was implemented completely. Finally, I will develop an innovation project that aims to make students understand the usefulness of proportionality in real life.

Índice general

| | |
|---|------------|
| Resumen | I |
| Abstract | I |
| Índice General | III |
| Introducción | 1 |
| 1 Marco teórico | 3 |
| 1.1 La adolescencia | 3 |
| 1.2 Teorías de enseñanza-aprendizaje | 6 |
| 1.3 Didáctica y sociología | 9 |
| 1.4 Didáctica de la matemática | 10 |
| 2 Elementos de la Memoria de Prácticas | 15 |
| 2.1 Análisis del centro | 16 |
| 2.1.1 Contexto general del centro | 16 |
| 2.1.2 Línea pedagógica del centro | 17 |
| 2.1.3 Organización del centro | 19 |
| 2.1.4 Oferta educativa | 21 |
| 2.1.5 Características y equipamiento del centro | 22 |
| 2.1.6 Normas de convivencia | 23 |
| 2.2 Estudio del grupo-clase | 24 |
| 2.3 Procesos de enseñanza-aprendizaje en el aula | 26 |
| 2.4 Unidad didáctica | 27 |
| 2.4.1 Introducción | 27 |
| 2.4.2 Objetivos | 28 |
| 2.4.3 Competencias | 28 |
| 2.4.4 Contenidos | 29 |
| 2.4.5 Estrategias de intervención y adaptaciones curriculares | 30 |
| 2.4.6 Metodología | 31 |
| 2.4.7 Actividades | 32 |

| | | |
|----------|--|-----------|
| 2.4.8 | Evaluación | 34 |
| 2.4.9 | Materiales y recursos de apoyo a la docencia . . | 36 |
| 2.4.10 | Temporalización | 37 |
| 2.5 | Otras actividades | 40 |
| 2.6 | Reflexiones finales y conclusiones | 41 |
| 3 | Proyecto de innovación | 43 |
| 3.1 | Introducción | 43 |
| 3.2 | Justificación | 44 |
| 3.3 | Objetivos | 46 |
| 3.4 | Competencias clave | 48 |
| 3.5 | Etapas | 49 |
| 3.6 | Descripción del proyecto | 50 |
| 3.7 | Evaluación | 59 |
| 3.8 | Conclusión | 60 |
| | Reflexiones finales y conclusión | 61 |
| A | Anexos a la Unidad Didáctica | 63 |
| A.1 | <i>GeoGebra</i> | 63 |
| A.2 | Presentación resumen | 64 |
| A.3 | Hoja de soluciones | 75 |
| A.4 | Examen | 76 |
| | Referencias | 81 |

Introducción

El Máster de Profesorado es una parte vital de nuestra formación como docentes. Durante los últimos años, en el Grado, hemos podido aprender una gran cantidad de conceptos que estamos deseosos de poder enseñar a las nuevas generaciones. Sin embargo, en muchas ocasiones nos surgían problemas a la hora de transmitir estos conocimientos a otras personas. En este Máster, hemos comprendido que la enseñanza no es únicamente una transmisión de conocimientos, sino que intervienen una gran cantidad de factores que hacen que sea un proceso realmente complicado.

Durante este curso, se han estudiado esta serie de conceptos que influyen en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Este Trabajo Fin de Máster pretende mostrar los conocimientos y capacidades que se han adquirido durante la realización del mismo, tanto en las asignaturas generales (*Procesos y Contextos Educativos, Sociedad, Familia y Educación y Aprendizaje y Desarrollo de la Personalidad*), como en las centradas en las Matemáticas (*Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas, Complementos para la Formación Disciplinar e Innovación Docente e Iniciación a la Investigación*), sin olvidar, por supuesto, el período de prácticas. Todas ellas han contribuido a la adquisición de los conocimientos necesarios para impartir clase en aulas de Educación Secundaria, Bachillerato y Formación Profesional.

El contenido del Trabajo se dividirá principalmente en tres capítulos:

- En el primer capítulo, se expone un marco teórico con los conceptos más importantes estudiados durante el año. Para empezar, se habla de la adolescencia y los cambios que se producen en esta crucial etapa del desarrollo humano. Posteriormente, se describen las teorías existentes sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje, reflexionando brevemente sobre cada una de ellas. Seguidamente, se estudian los conceptos relacionados con didáctica y sociología, para finalizar con las asignaturas más centradas en la didáctica de la Matemática.
- El segundo capítulo está compuesto por los elementos fundamentales de la Memoria de Prácticas. Se pretende exponer todo lo aprendido durante este período, comenzando con un análisis del centro en el que se realizaron, siguiendo con el estudio de los grupos y los procesos de enseñanza-aprendizaje que se han podido presenciar, y acabando con el desarrollo completo de una Unidad Didáctica que se pudo poner en práctica en el centro.
- En el tercer y último capítulo, se desarrolla un Proyecto de Innovación relacionado con la Unidad Didáctica previamente mencionada. Su nombre es “La proporcionalidad en el mundo cotidiano”, y pretende mostrar a los alumnos ejemplos prácticos y aplicaciones reales que se pueden obtener de esta rama, para que vean las Matemáticas de otro modo y la gran utilidad que tienen en la vida real.

1. Marco teórico

En este capítulo se incluirán los conocimientos más importantes adquiridos a lo largo del Máster de Profesorado.

En primer lugar, se hablará de la etapa de la adolescencia, y de las peculiaridades existentes durante esta fase de desarrollo que es importante que los futuros profesores conozcamos, puesto que durante nuestra actividad docente tendremos que tratar con personas en esta fase de crecimiento.

Posteriormente, se tratarán las teorías de enseñanza-aprendizaje más importantes que hemos visto durante el Máster, recalcando las importantes diferencias entre ellos.

Por último, se realizará una breve explicación de las asignaturas del Máster relacionadas con la didáctica, poniendo especial atención a las asignaturas específicas relacionadas con la didáctica de la matemática.

1.1. La adolescencia

Durante la asignatura *Aprendizaje y Desarrollo de la Personalidad* [1, 7], hemos estudiado diversos aspectos que destacan de la etapa de desarrollo humano conocido como adolescencia.

La adolescencia es un período de desarrollo psicológico, biológico, social y sexual que se produce tras la niñez y comienza con la pubertad. Su rango es variable pero normalmente comienza cerca de los 11 años y acaba

alrededor de los 19. Es una época de cambios, que marca la transformación del niño en adulto, en la que la persona descubre su identidad y su autonomía individual.

Puesto que el Máster de Profesorado que estamos cursando está enfocado hacia la docencia en centros de Educación Secundaria y Bachillerato, y que en estos cursos la mayoría de los alumnos están en esta etapa vital, es de suma importancia que los docentes conozcan las características de este período, para poder tratar con los alumnos de la mejor manera.

Nos centraremos principalmente en el desarrollo cognitivo del adolescente, así como de algunos rasgos característicos que la mayoría de ellos comparten. En la adolescencia, habitualmente se desarrollan las siguientes capacidades en el pensamiento de una persona:

- **Capacidad de pensar en abstracto.** Los adolescentes no tienen que razonar acerca de situaciones concretas sino que pueden despegarse de la realidad.
- **Capacidad para formular hipótesis.** Se estudian las alternativas de forma ordenada para ver si son verdaderas o falsas.
- **Capacidad para concebir lo posible.** Se empieza a concebir lo que ‘podría ser’ además de lo que ‘es’.
- **Uso de la combinatoria.** Se manejan mentalmente las posibilidades y variables existentes para obtener todos los datos posibles.
- **Uso de la lógica proposicional.** Se utiliza una lógica verbal y en forma de proposiciones.

Con respecto a los rasgos característicos que poseen la mayoría de los adolescentes, podemos citar los siguientes:

- **Idealismo.** Capacidad de tomar lo real como una posibilidad más dentro de las posibles. El adolescente es capaz de imaginar cómo

podrían ser las cosas, o cómo le gustaría que fuesen las cosas, y comparar estas visiones con la situación real.

- **Tendencia a discutir e indecisión.** Se buscan constantemente oportunidades para poner a prueba su capacidad de razonamiento.
- **Egocentrismo.** El adolescente se considera más importante de lo que en realidad es. Se puede manifestar de varias formas:
 - Audiencia imaginaria. Se cree el centro de atención, y se preocupa por lo que piensan los demás de él.
 - Fábula personal. Se consideran excepcionales y únicos, lo cual lleva a sentirse incomprendidos por el resto de personas.
 - Fábula de invencibilidad. Piensan que no pueden ser víctimas de conductas peligrosas, lo que provoca que tomen todo tipo de riesgos y no tengan precaución.

La adolescencia es un período muy frágil, ya que la persona está desarrollando su personalidad e identidad. Esto puede provocar una importante inestabilidad emocional, la cual puede repercutir negativamente en aspectos como el familiar o el escolar. Por ello, pienso que tanto la familia como los docentes deben estar muy pendientes del adolescente, mostrando interés a sus inquietudes y su comportamiento. De esta forma, se podrían evitar en mayor medida muchos de los trastornos que pueden ocurrir durante este delicado período, por ejemplo, problemas depresivos o alimenticios.

Creo que todos estos aspectos nos pueden ser de gran ayuda en nuestro futuro como docentes, ya que, como he dicho, nos pueden permitir detectar algunos de los problemas más comunes que sufren los adolescentes. Todos hemos pasado por esta etapa y, en mayor o en menor medida, sabemos cómo se comportan los adolescentes. Sin embargo, creo que en este caso la experiencia es un grado, y cuantos más casos vivamos en primera persona más capacidad tendremos para resolverlos de forma satisfactoria.

1.2. Teorías de enseñanza-aprendizaje

El objetivo de las teorías de enseñanza-aprendizaje es describir los procesos por los cuales los seres humanos aprenden. Estas teorías ayudan a comprender, predecir y controlar el comportamiento humano, a elaborar estrategias de aprendizaje y a explicar la manera mediante la cual las personas acceden al conocimiento.

Tanto en la asignatura de *Aprendizaje y Desarrollo de la Personalidad* [1], como en *Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas* [2], hemos tratado las teorías y modelos más importantes que se han desarrollado a lo largo de la historia.

En primer lugar, aparecen una serie de teorías basadas en el desarrollo del propio ser humano. Son las siguientes:

- **Teoría innatista.** Se considera que el ser humano posee una serie de habilidades innatas que son las principales desencadenantes del aprendizaje. Consideran que la influencia del ambiente es únicamente una ayuda a estas habilidades innatas. Uno de sus principales defensores es el estadounidense Noam Chomsky.
- **Teoría etológica.** Considera la evolución humana, y en general, de todas las especies, como la clave del aprendizaje. Existen una serie de conductas innatas, pero las más importantes se producen a lo largo de la vida. La siguen autores como Harlow, Spitz o Bowlby.
- **Teoría ecológica.** Creada por Bronfenbrenner, defiende que el desarrollo humano se produce por medio de los distintos ambientes en los que se mueve. Se divide en distintos niveles que diferencian aspectos de más personales (edad, sexo) a menos (condiciones histórico-sociales).

Al contrario que las anteriores, aparecen otro grupo de teorías que dan un papel más importante al docente:

- **Conductismo.** Se basa en el estudio de la conducta mediante experimentos objetivos y naturales. Su creador fue el estadounidense John Broadus Watson. Tiene dos vertientes diferenciadas: el conductismo clásico y el instrumental u operante.

El conductismo clásico, defendido por Paulov, asocia un estímulo inicial con un evento neutro, para que posteriormente este evento actúe como estímulo.

El conductismo operante defiende que cada acción conlleva una consecuencia (deseada o no), por lo que la conducta va a depender de sus consecuencias. De este modo aparecen los llamados refuerzos y castigos, positivos y negativos, que se pueden utilizar dependiendo si se quiere reforzar una conducta o no.

- **Aprendizaje social o vicario.** Se basa en el aprendizaje por medio de la observación. Desde niñas, las personas aprenden de observar e imitar a otras personas, repitiendo o evitando distintas conductas. De esta manera se aprenden valores y normas sociales. Fue creado por Albert Bandura.
- **Modelo cognitivo.** Los cambios en la conducta tienen lugar principalmente como resultado de cambios en el conocimiento y la capacidad intelectual. No es tan importante lo que los alumnos hacen, sino qué es lo que saben y cómo han obtenido esos conocimientos.
- **Constructivismo.** Se basa en que el docente entregue herramientas al alumno para que éste pueda resolver por sí mismo distintos problemas. Esto permitirá al alumno desarrollar sus propias ideas y su conocimiento. De este modo, el docente no es un mero transmisor de la información, sino que ayuda al alumno a llegar a los objetivos que éste se plantea. Dentro del constructivismo se pueden diferenciar varias ramas:

El modelo de Piaget se centra en la interacción con los objetos del entorno.

El modelo cognitivo-social de Vygotski plantea que el desarrollo del conocimiento es un producto de la interacción social, de procesos históricos y sociales concretos, y se debe enmarcar dentro de la cultura y la historia.

Por último, la teoría del aprendizaje significativo de Ausabel consiste en relacionar información nueva con la que ya posee, ajustando ambas en este proceso. De esta manera, los nuevos conocimientos pueden cambiar y condicionar los previos, y viceversa.

Hay que tener en cuenta que no se debe ser rígido en cuanto al tipo de método de enseñanza-aprendizaje que se vaya a realizar en el aula. El docente debe ser flexible y tener en cuenta las necesidades de los alumnos, para que el aprendizaje sea lo más completo posible.

En mi opinión, la teoría del conductismo es antigua y desfasada, y no favorece el aprendizaje de los alumnos. Por lo tanto, pienso que no se debe utilizar habitualmente, ya que existen otras teorías mucho más positivas para que el proceso de enseñanza-aprendizaje se realice con más eficacia. Una de las más claras es, para mí, el constructivismo y todas sus vertientes, ya que las considero todas ellas muy interesantes. Me gustaría destacar la teoría del aprendizaje significativo de Ausabel, puesto que es un modelo que hace reflexionar al alumno sobre lo que acaba de aprender y sobre lo que ya sabía. Creo que esta comparación puede ser muy beneficiosa para el desarrollo intelectual de los adolescentes.

1.3. Didáctica y sociología

Para ser un buen docente no sólo se necesita dominar la materia que se imparte, sino que se deben conocer el resto de elementos comprendidos en el proceso de enseñanza-aprendizaje. En esto consiste la didáctica, una rama de la pedagogía que se ocupa de las técnicas y los métodos de enseñanza.

En la asignatura *Procesos y Contextos Educativos* [3] hemos podido estudiar aspectos muy importantes relacionados con esta disciplina. Hemos aprendido la forma en la que se organizan los centros educativos y en qué consiste una programación didáctica, centrándonos en la elaboración de una unidad didáctica completa. Además, se estudiaron los cambios que ha sufrido la enseñanza durante las últimas décadas, así como el aprendizaje por proyectos. Este tipo de aprendizaje se basa en la realización de proyectos en los que el alumno es el protagonista. Mediante esta estrategia, los alumnos no sólo obtienen conocimientos, sino que también adquieren habilidades y actitudes. Creo que es un método de enseñanza-aprendizaje muy interesante, ya que los alumnos se sienten más cómodos y motivados que con otros tipos de métodos. Por lo tanto, opino que se debería hacer un esfuerzo para tratar de utilizarlo más a menudo en los centros, a pesar de las dificultades tanto organizativas como económicas que pueda suponer.

En la parte práctica de la asignatura, se han estudiado los conflictos más importantes que pueden ocurrir en las aulas y en los centros. Concretamente, se ha profundizado en casos de *bullying* y *cyberbullying*, problemas que están a la orden del día y que repercuten muy negativamente al proceso de enseñanza-aprendizaje. Se han visto formas de prevenirlo y de tratarlo, de las cuales me gustaría destacar la explicada en el documental ‘La cadena del silencio’, de RTVE [17]. En este documental, se habla del caso de un instituto catalán en el que se había puesto en marcha un sistema en el que los alumnos de cursos superiores (3º y 4º de la ESO), que ya llevaban varios años en el centro, ejercían como tutores de

los alumnos recién llegados de 1º de la ESO. De esta forma, todos los alumnos novatos tenían un tutor, y podían comentarle los problemas que estaban teniendo. Pienso que involucrar a otros alumnos es una de las formas más efectivas de frenar el *bullying*, ya que muchos de los alumnos que lo sufren no se atreven a contarlo a profesores o padres, pero sí a otros compañeros dispuestos a ayudarles.

También se han estudiado durante el Máster otros problemas que pueden repercutir al aprendizaje, pero relacionados con otros aspectos como la familia o la sociedad. En la asignatura *Sociedad, Familia y Educación* [4] hemos podido comprobar que el impacto de la familia en la educación de un alumno es muy alto. Aspectos como la estructura familiar, el nivel económico de la familia, el nivel educativo de los padres o los valores que se le ha transmitido al alumno desde niño son determinantes para el desarrollo de la personalidad del adolescente. Por ello, creo que se debe trabajar conjuntamente desde los centros con las familias, para que todos los estudiantes puedan llegar a obtener un aprendizaje completo sin diferenciar por sexo, raza, nivel económico, religión o cualquier otro rasgo de este tipo.

1.4. Didáctica de la matemática

Durante las asignaturas específicas del Máster (*Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas* [2], *Complementos para la Formación Disciplinar en Matemáticas* [5] e *Innovación Docente e Iniciación a la Investigación Educativa* [6]) hemos podido aprender numerosos aspectos que deben tenerse en cuenta a la hora de impartir la asignatura de Matemáticas, para que el proceso de enseñanza-aprendizaje sea completo y de calidad. A continuación se explican los objetivos que pretendía cada una de ellas.

Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas

El objetivo principal de esta asignatura es que el alumno aprenda métodos y procesos de enseñanza-aprendizaje que le sean de utilidad para su futura aplicación en las aulas.

En primer lugar, se estudiaron los currículos de Educación Secundaria y Bachillerato, haciendo especial hincapié en las relaciones existentes entre contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje.

Se desarrollaron distintas estrategias para favorecer la atención a la diversidad en el aula. Entre ellas, podemos destacar los problemas con distintos niveles de dificultad, que permiten que cada alumno vaya a su propio ritmo, o la división de la clase en grupos variados con alumnos de distintos niveles dentro de todos los grupos. Esto permite que los alumnos con más nivel puedan ayudar a los compañeros con un ritmo más bajo, reforzándose de esta manera el conocimiento de todos los miembros del grupo. También se han estudiado otros métodos como la creación de problemas o la matematización de una situación de la vida real.

Una parte clave de la asignatura se basó en las teorías de la información y la comunicación. Las TIC forman cada día más parte de nuestras vidas, y poseen herramientas muy potentes que nos ayuden a mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje. Durante este curso, hemos aprendido la utilización de distintos programas informáticos orientados a las matemáticas, cuya utilización puede ser muy interesante en las aulas. Programas como *xLogo* o *Scratch*, de iniciación a la programación, favorecen al desarrollo en los alumnos del pensamiento lógico y deductivo. Otro programa como \LaTeX [16], un editor de textos orientado a la creación de textos científicos, puede ser muy útil para la creación de documentos matemáticos. Por último, aplicaciones como *GeoGebra* [15] y *Cabri*, utilizados en un principio para desarrollar problemas relacionados con la geometría, pero que tienen un amplio abanico de opciones por descubrir.

Muchas de las estrategias y recursos estudiados en la asignatura nos han sido de utilidad en nuestro período de prácticas, y lo serán también en

nuestro futuro como docentes. Sin embargo, pienso que se podría haber dedicado algo más de tiempo al desarrollo de programaciones didácticas, ya que creo que se trata de una parte muy importante de la actividad docente, y se debería trabajar con más profundidad.

Complementos para la Formación Disciplinar

Esta asignatura trata de dar un enfoque distinto a la didáctica de las matemáticas, planteando distintos puntos de vista y objetivos de la educación matemática, así como su relación con la cultura y la historia. La asignatura se dividió en dos partes:

- Una primera parte se centraba exclusivamente en la Historia de las Matemáticas, realizando un estudio del desarrollo de ésta. Nos ha servido para comprender mejor lo que hemos aprendido durante los últimos años, y para poner cada concepto en un contexto concreto. Además, se ha podido comprobar que en muchos de los libros de texto se usa la historia para introducir cada tema, lo cual creo que es beneficioso ya que los alumnos pueden sentirse más atraídos por personas concretas que por conceptos más abstractos.
- La segunda parte consistió en un estudio más detallado del currículo y la organización de los estudios en la Educación Secundaria [12] y el Bachillerato [13], poniendo especial énfasis en los aspectos distintos que han entrado en vigor con la LOMCE, la nueva ley de Educación. También se profundizó en distintas metodologías que se pueden aplicar en las aulas, así como diferentes maneras de ver las matemáticas relacionadas con las distintas teorías de enseñanza-aprendizaje vistas en el apartado 1.2.

Innovación Docente e Iniciación a la Investigación Educativa

Esta asignatura pretende contextualizar la innovación e investigación matemática en la Educación Secundaria, presentando fuentes relevantes en didáctica de la matemática y analizando algunas innovaciones e investigaciones de importancia que modifiquen la manera de enseñar las matemáticas, para que se apliquen metodologías de innovación e investigación.

Se analizaron y explicaron a modo de ejemplo distintos tipos de proyectos de innovación educativa. Este tipo de proyectos pretenden enseñar las matemáticas de un modo diferente e innovador, y que pueda ser más atractivo a los alumnos. Se desarrolló un proyecto de innovación por grupos: en nuestro caso, realizamos un proyecto de una página de redes sociales, en las que se recordaría lo explicado en clase, se añadiría contenido adicional y que pudiese resultar divertido para los alumnos, e incluso se propusiese algún tipo de tarea personal. Optamos por esta idea puesto que, hoy en día, las redes sociales están dentro de la rutina de muchos adolescentes, y creemos que la aparición esporádica de contenido educativo en la red social podría favorecer al aprendizaje de los alumnos. También realizamos en grupo dos pósters sobre la evolución histórica que ha sufrido la rama de estadística y probabilidad, destacando los nombres más importantes y sus aportaciones.

2. Elementos de la Memoria de Prácticas

En esta memoria de prácticas se contará la experiencia vivida en el Instituto de Enseñanza Secundaria Práxedes Mateo Sagasta de Logroño, La Rioja. El período de prácticas tuvo lugar en el curso 2016/2017, desde el 13 de marzo hasta el 12 de mayo de 2017.

Mi tutora fue M^a Cruz Malumbres, profesora de matemáticas del Centro y Jefa de Estudios Adjunta. Debido a sus labores como miembro del equipo directivo, el número de clases que imparte es de 9 sesiones a la semana. Por otra parte, un compañero del Máster, David, el cual también acudió a realizar las prácticas al Centro, tenía como tutor al secretario del mismo, Carlos Jiménez, que también tiene un horario reducido de clases. Debido a todo ello, los tutores decidieron que ambos acudiésemos tanto a las sesiones de M^a Cruz como a las de Carlos, para así tener una muestra más amplia de lo que ocurre en las aulas.

Al ser mi tutora jefe de estudios he podido observar y vivir de forma directa las funciones de los miembros del equipo directivo así como su tarea diaria a la hora de atender alumnos, padres y profesores; así como la organización y convivencia del centro.

2.1. Análisis del centro

Para la elaboración de este capítulo se han tomado como referencias [9, 10, 11].

2.1.1. Contexto general del centro

El I.E.S. Práxedes Mateo Sagasta es un centro educativo público, fundado en 1843. Es el instituto más antiguo de la Comunidad Autónoma de la Rioja y pertenece a la red nacional de institutos históricos. Por sus aulas han pasado personajes de gran importancia, entre los cuales es necesario citar al filólogo D. Emilio Alarcos Llorach, al naturalista Doctor Zubía, y a Julio Rey Pastor, uno de los matemáticos españoles más destacados del siglo XX.

A pesar de su antigüedad, el centro ha sabido adaptarse a los nuevos tiempos, y ha dado numerosas muestras de su espíritu innovador. Por ejemplo, fue el primer centro en ofrecer la enseñanza del alemán como segundo idioma, o en implantar el Bachillerato Internacional (curso 1986-87).

El I.E.S. Práxedes Mateo Sagasta ha desarrollado durante muchas décadas su actividad docente en un edificio datado del año 1900, diseñado por el arquitecto D. Luis Barrón, situado en el centro de la ciudad. Destacan entre sus instalaciones la escalera principal, el salón de actos, la biblioteca y la sala de profesores.

En la actualidad, y debido al proceso de remodelación integral del edificio, el centro como institución está desplazado de su ubicación, pasando a realizar la actividad a las afueras de la ciudad, frente al campus universitario, en un barrio obrero con alta ocupación de inmigrantes. El centro se compone de dos edificios unidos acondicionados como tal.

2.1.2. Línea pedagógica del centro

Los objetivos educativos que la comunidad educativa del Centro pretende alcanzar son los siguientes:

1. Fomentar que el alumnado asuma progresivamente responsabilidades en su educación y toma de decisiones.
2. Estimular la curiosidad científica y humanista, y la investigación individual y grupal tanto de alumnos como de profesores.
3. Proporcionar métodos para analizar la realidad desde diversos puntos de vista.
4. Impulsar una educación integral que desarrolle todas las capacidades y habilidades del alumnado.
5. Promover la orientación educativa y profesional.
6. Favorecer la integración de los alumnos, especialmente la de aquellos que, por características singulares, tengan mayores dificultades para ello.
7. Atender la diversidad de los alumnos, con atención individualizada.
8. Fomentar la adquisición de hábitos de asistencia, y de actitud de trabajo y participación.
9. Promover hábitos de respeto a las instalaciones, mobiliario y material educativo así como a las pertenencias de los demás.
10. Fomentar la adquisición de hábitos de lectura crítica de todo tipo de textos.
11. Animar a la realización de experiencias que nos lleven a una percepción más globalizada de la realidad.
12. Fomentar la participación en actividades complementarias de tipo cultural, deportivo o recreativo.

13. Estimular actitudes de solidaridad hacia la realidad social.
14. Propiciar el conocimiento de las raíces culturales y democráticas de Europa y de sus instituciones.
15. Impulsar la apertura del centro al exterior con la aceptación de alumnos de otros países.
16. Concienciar en el uso sostenible de los recursos naturales y en el respeto al entorno.

2.1.3. Organización del centro

Órganos de gobierno

Los órganos de gobierno velarán para que las actividades del Instituto se desarrollen conforme a los principios constitucionales y con la legislación vigente que regula el funcionamiento de los Institutos de Educación Secundaria en la Comunidad Autónoma de La Rioja. El centro cuenta con los siguientes órganos de gobierno:

1. **Órganos unipersonales:** Constituyen el equipo directivo del instituto. Trabajarán coordinadamente realizando sus funciones, siguiendo las instrucciones del director. Son los siguientes:

- Director: Alberto Abad Benito.
- Secretario: Carlos Jiménez Ruiz-Alejos.
- Jefe de Estudios de Diurno: Nieves Escalada Perales.
- Jefe de Estudios del Nocturno: Judith Lerga Sánchez.
- Jefe de Estudios Adjunto: Javier Terroba Valdemoros.
- Jefe de Estudios Adjunto: M^a Cruz Malumbres Martínez.

2. **Órganos colegiados**

- Consejo Escolar: Es el órgano de participación de los diferentes sectores de la comunidad escolar.
- Claustro de Profesores: Es el órgano propio de participación de los profesores en el Centro. Éstos tienen la responsabilidad de planificar, coordinar y decidir todos los aspectos docentes del mismo.

Órganos de coordinación docente

1. **Departamentos didácticos:** Encargados de organizar y desarrollar las enseñanzas de las diferentes materias. Habrá un jefe de

departamento que tome acta de las reuniones semanales, y se encargue del alumnado con materias suspensas dentro del departamento.

2. **Departamento de Orientación:** Se encarga de la orientación académica, psicopedagógica y profesional, la atención a los alumnos con necesidades educativas especiales y el apoyo a la acción tutorial.
3. **Departamento de Actividades Complementarias Extraescolares:** Promueve, organiza y facilita la realización de actividades complementarias y extraescolares.

Otros órganos de coordinación

1. **Comisión de Coordinación Pedagógica (CCP):** Es el máximo órgano de coordinación docente del Centro. Su finalidad principal es la coordinación de la planificación académica del Centro y, en particular, la de la programación didáctica en su conjunto y, en su caso, de investigación de todo el Centro, en colaboración con el Equipo Directivo.
2. **Equipos de Profesores de Grupo:** Entre sus funciones están garantizar que cada profesor proporcione al alumno la programación, objetivos, contenidos mínimos y criterios de evaluación, llevar a cabo la evaluación y el seguimiento de los alumnos, intentar mejorar el clima de convivencia del grupo y tratar los conflictos académicos o de convivencia que puedan surgir.
3. **Tutores.**
4. **Coordinador de las Tecnologías de la Información y de la Comunicación.**
5. **Coordinador del Bachillerato Internacional.**
6. **Tutores Coordinadores de Curso.**

2.1.4. Oferta educativa

El Centro ofrece las siguientes modalidades de estudios:

■ Régimen diurno:

- E.S.O. (1º, 2º, 3º y 4º)
- Bachillerato (1º y 2º), en las modalidades de Ciencias y Tecnología y de Humanidades y Ciencias Sociales, con los itinerarios de Humanidades y de Ciencias Sociales.
- Bachillerato Internacional (1º y 2º).
- 1 grupo de Plan de Refuerzo Curricular en 1º E.S.O.
- 1 grupo de Plan de Mejora y Refuerzo Educativo en 2º E.S.O.
- 1 grupo de Plan de Mejora del Aprendizaje y Refuerzo en 3º E.S.O.

■ Régimen nocturno:

Bachillerato (1º y 2º), en las modalidades de Ciencias y Tecnología y de Humanidades y Ciencias Sociales.

■ Régimen distancia:

1º y 2º de Bachillerato, en las modalidades de Ciencias y Tecnología y de Humanidades y Ciencias Sociales.

Cabe destacar que entre las asignaturas optativas que se pueden elegir cada curso aparecen dos lenguas extranjeras: francés y alemán.

El Bachillerato Internacional es uno de los aspectos por los que el Centro destaca. Recordar que los estudios de Bachillerato Internacional no sustituyen al Bachillerato Ordinario, sino que un alumno matriculado en el B.I. lo estará también en el Ordinario, en la modalidad correspondiente a las asignaturas que haya escogido en el Internacional. El proceso de selección se registrará por lo establecido por la Comunidad Autónoma de La

Rioja. Se ofrecen dos modalidades: Ciencias y Humanidades y Ciencias Sociales. Dentro de la modalidad de Ciencias se puede escoger entre los itinerarios de Ciencias e Ingeniería o Ciencias de la Salud. Por su parte, en el de Humanidades y Ciencias Sociales se puede escoger entre los itinerarios de Humanidades o de Ciencias Sociales. Para obtener el diploma del B.I. se precisa cursar 6 asignaturas: 3 de Nivel Superior (240 horas) y 3 de Nivel Medio (180 horas). Con el diploma del B.I. se puede acceder directamente a diversas universidades españolas.

2.1.5. Características y equipamiento del centro

Este curso, debido al proceso de remodelación integral que está sufriendo el edificio donde se realizaba la actividad docente del Centro, la institución ha desplazado su ubicación. Se ha situado a las afueras del ciudad, frente al campus universitario, compuesto por dos edificios que se ha unido y acondicionado. Al ser el primer año, el proceso de cambio ha sido complicado, puesto que además el espacio disponible es limitado.

Cada edificio cuenta con una conserjería, una sala de profesores y un gimnasio. Se dispone de aulas de informática, tecnología, música y plástica, así como de laboratorios de química, física y biología. En uno de los edificios se dispone de una biblioteca; además, se imparten los cursos de 4º de E.S.O., 1º y 2º de Bachillerato y 1º y 2º de Bachillerato Internacional. En el otro edificio, se imparten los cursos de 1º, 2º y 3º de E.S.O.

Como se ha comentado previamente, el espacio del que se dispone en el nuevo emplazamiento es más bien limitado: en el antiguo edificio había casi 50 aulas disponibles, mientras que en el actual únicamente hay 35, incluidos los laboratorios. Este hecho ha forzado que no todos los grupos puedan disponer de su propio aula, sino que tienen que cambiar constantemente de aula según la asignatura que les toque. No obstante, ya se está trabajando para adaptar algún espacio más como aula, para el año que viene tener menos problemas de espacio.

2.1.6. Normas de convivencia

Si un alumno incumple las normas de convivencia en el aula, el profesor podrá mandarlo al Aula de Convivencia. El alumno deberá permanecer allí, junto con un profesor de guardia, durante el resto de la sesión.

Las conductas contrarias se dividen en dos tipos: conductas contrarias a las normas de convivencia y conductas gravemente perjudiciales para la convivencia. Para las conductas contrarias a las normas de convivencia se aplican las siguientes medidas: siempre que se tiene una, se comunica a las familias a través de la plataforma Racima. Además, se debe comunicar por teléfono a la familia si conlleva una sanción grave como privación del derecho de asistencia al centro, tareas educadores, etc. El protocolo establecido es que cuando se acumulan tres conductas de este tipo, se privaría al alumno de su tiempo de recreo por un máximo de 2 semanas. Si se vuelven a acumular otras tres, se privaría al alumno de su derecho de asistencia al centro durante un día. Posteriormente se aumentaría el número de días. En el caso de las conductas gravemente perjudiciales, significaría, además de la amonestación escrita y la llamada a la familia, expulsión inmediata del centro durante tres días.

La imposición de correcciones y sanciones se realizará a través del programa informático GAUSS, un programa específicamente diseñado para este tipo de actuaciones, que ayuda con la gestión de las conductas contrarias a la convivencia.

2.2. Estudio del grupo-clase

En este apartado se tratarán y enumerarán las características de dos de los grupos con los que hemos tratado a lo largo de las prácticas. Cabe recordar que mi tutora, M^a Cruz Malumbres, es Jefa de Estudios Adjunta del Centro, por lo que el número de clases que imparte es de 9 sesiones a la semana. Se ha tratado con dos grupos de 3º de E.S.O., que son los que se estudiarán a continuación.

Como hemos estudiado en este Máster, y especialmente, en la asignatura de *Aprendizaje y desarrollo de la personalidad*, los alumnos de 3º de E.S.O. suelen tener las siguientes características:

- Los alumnos de los cursos de 3º de E.S.O. tienden a tener un mal comportamiento, puesto que están en plena adolescencia y les cuesta mucho concentrarse en la clase en general. Normalmente tienen un grado muy bajo de madurez, en general las chicas son más maduras que los chicos a esa edad, y no se tiene muy claro cuál es el camino que van a seguir en un futuro. Sin embargo, los dos grupos con los que se ha trabajado han demostrado una buena predisposición y actitud con la asignatura, a pesar de que haya podido haber actitudes propias de la edad que tienen los alumnos.
- Los alumnos de 3º E.S.O. en general tienden a tener una necesidad de aprobación social, por lo que sus actos se basan en lo que el resto va a pensar de ellos anteponiendo esto a lo que en realidad piensan.

Los dos cursos de los que hemos realizado el estudio son los siguientes:

- 3º E.S.O. A, Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas, grupo de 29 alumnos (17 chicos y 12 chicas): Se trata de un grupo bastante bueno, la gran mayoría atienden y participan en clase, no molestan, realizan las actividades propuestas para casa. Buen rendimiento en general.

- 3° E.S.O. C, Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas, grupo de 19 alumnos (6 chicos y 13 chicas): Este grupo es mucho menos numeroso puesto que el resto de la clase acude a Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Aplicadas. También tienen un buen comportamiento, realizan trabajo autónomo diario y participan en clase. Se ha podido observar que, a pesar de que es un grupo más reducido, realizan más preguntas y tienen más dudas, con lo que el ritmo de la clase se puede ralentizar.

En ambos grupos se observa bastante diversidad cultural, muchos alumnos provienen de otros países. Sin embargo, se ve una buena integración entre toda la clase, y no se detectan problemas graves para el seguimiento de las clases por este motivo.

En los grupos de 3° de E.S.O. no se tiene una diversidad demasiado grande, puesto que ya existe un curso de PMAR (Programa para la Mejora del Aprendizaje y Rendimiento) y otro grupo de Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Aplicadas, que normalmente van a tener un nivel algo más bajo. Sin embargo, sí podemos observar diferencias en cuanto a que la mayoría del grupo está atento a la explicación y participa activamente en la clase, mientras que una pequeña parte no toma apuntes, ni mira el libro. Esto provoca que el aprendizaje sea mucho más complicado para ellos.

Me ha sorprendido la buena predisposición y clima de trabajo existente en ambos grupos. Como digo, a estas edades, normalmente se tiene un peor comportamiento y menos interés de aprender. En las aulas se ha percibido un alto nivel de atención, interés y trabajo por parte de la mayoría de los alumnos, lo cual ha propiciado un mejor funcionamiento de las clases en general.

2.3. Procesos de enseñanza-aprendizaje en el aula

Durante la estancia de prácticas, se han podido ver formas diferentes de impartir clase en los distintos grupos:

Las clases con los grupos de 3º E.S.O. suelen ser muy activas y dinámicas para los alumnos. En todo momento se intenta que ellos participen en la clase, ya sea resolviendo problemas, saliendo a corregir actividades a la pizarra o respondiendo a preguntas formuladas por el docente. Muchos de los ejemplos utilizados para que los alumnos entendiesen los conceptos tenían relación con ellos, por lo que captaba su atención al instante.

También se observaron distintas formas de impartir una unidad. La primera (funciones lineales y cuadráticas) se realizó explicando los conceptos en la pizarra, y haciendo que los alumnos los copiasen en sus propios apuntes. Sin embargo, para la unidad siguiente (estadística) se proporcionó a los alumnos unos apuntes ya redactados con espacio para rellenar los problemas. De este modo, no se tenían que copiar los contenidos en la pizarra y la clase era más ágil.

Destacar que, como se ha comentado previamente, el grupo de 3º C, a pesar de ser mucho menos numeroso que el de 3º A, suele realizar más preguntas y tener más dudas con respecto a lo explicado en clase, por lo que en ocasiones el ritmo de la clase ha sido más lento en este grupo.

2.4. Unidad didáctica

2.4.1. Introducción

Esta unidad didáctica trata sobre proporcionalidad numérica y está pensada para el tercer curso de la Educación Secundaria Obligatoria, para la asignatura de Matemáticas orientadas a las Enseñanzas Académicas. La unidad se ha desarrollado por completo en la clase de 3º E.S.O. A del I.E.S. Práxedes Mateo Sagasta, durante el curso 2016-2017.

Dentro del currículo de Educación Secundaria, la unidad está enmarcada principalmente en el segundo bloque de contenidos (Números y álgebra), aunque también aparecen algunos contenidos pertenecientes al tercer bloque (Geometría).

Durante la unidad, se explicarán conceptos como el de proporcionalidad directa, inversa y compuesta. También se incluirán los porcentajes, aumentos y disminuciones porcentuales, y los intereses simple y compuesto. Por último, se añadirán la proporcionalidad geométrica, semejanza de polígonos y figuras, razones de longitudes, áreas y volúmenes de cuerpos semejantes, y escalas.

Es importante que los alumnos interioricen todos estos conceptos, puesto que la gran mayoría de ellos aparecen continuamente en nuestro día a día, y se van a seguir utilizando durante toda la vida. Por ello, se intentará proponer ejemplos y problemas que puedan resultar cotidianos para los alumnos.

Cabe destacar que muchos de estos conceptos ya se estudian en 2º de E.S.O., por lo que especialmente la primera parte de la unidad se realiza de manera muy fluida. Se emplearán 7 sesiones de 50 minutos para el estudio completo de la unidad.

2.4.2. Objetivos

- Identificar magnitudes directa o inversamente proporcionales. Construir tablas de proporcionalidad directa e inversa.
- Realizar repartos directa e inversamente proporcionales.
- Usar la proporcionalidad compuesta para solucionar problemas con tres o más magnitudes relacionadas.
- Utilizar los porcentajes para resolver diversos problemas.
- Comprender en qué consisten los intereses simple y compuesto y la diferencia entre ellos.
- Conocer la semejanza entre figuras y usar el Teorema de Tales para solucionar problemas.
- Entender la relación entre razones de longitudes, áreas y volúmenes, y utilizarlas para hallar magnitudes desconocidas.

2.4.3. Competencias

Durante el estudio de esta unidad, se desarrollarán las siguientes competencias clave:

CCL Competencia en comunicación lingüística: Se desarrollará durante toda la unidad, ya sea mediante la comunicación profesor-alumno, la comprensión lectora de los ejercicios propuestos y de los apuntes, o de la explicación de un ejercicio por parte de un alumno a sus compañeros.

CMCT Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología: Obviamente durante toda la unidad los alumnos desarrollarán su pensamiento lógico y matemático y utilizarán herramientas provenientes de las matemáticas para la resolución de

todo tipo de problemas. Con respecto a la competencia en ciencia y tecnología, algunos de los ejercicios estarán relacionados con fenómenos físicos, como por ejemplo la relación entre la velocidad y el espacio recorrido. También se utilizan recursos tecnológicos (ordenador, proyector, *GeoGebra*), así como la calculadora, por lo que los alumnos desarrollan su destreza tecnológica.

CD Competencia digital: El uso de las tecnologías de la información y la comunicación puede ayudar enormemente a los alumnos a alcanzar sus objetivos. En concreto, el uso del ordenador y el proyector para la muestra de una presentación con diapositivas o una aplicación de *GeoGebra* puede ayudar a que los alumnos comprendan mejor los conceptos explicados durante la unidad.

CAA Competencia para aprender a aprender: Los alumnos de 3º de E.S.O. tienen una edad en la que deben empezar a realizar trabajo autónomo. Por ello, en varias de las sesiones se les permitirán unos minutos para que ellos trabajen de forma individual o colectiva.

SIE Sentido de la iniciativa y espíritu emprendedor: Al final de la unidad se propondrán una serie de ejercicios que engloban todos los conceptos explicados a lo largo de ésta. La idea no es que los alumnos realicen todos los ejercicios, sino que busquen los ejercicios con los que tienen más dificultades y puedan resolverlos ya sea solos, con ayuda de sus compañeros o con ayuda del docente.

2.4.4. Contenidos

1. Proporcionalidad directa. Repartos directamente proporcionales.
2. Proporcionalidad inversa. Repartos inversamente proporcionales .
3. Proporcionalidad compuesta.
4. Porcentajes.

- 4.1 Aumentos y disminuciones porcentuales.

- 4.2 Porcentajes encadenados.
- 5. Intereses.
 - 5.1 Interés simple.
 - 5.2 Interés compuesto.
- 6. Proporcionalidad y geometría.
 - 6.1 Polígonos semejantes.
 - 6.2 Teorema de Tales.
- 7. Otras razones y escalas.
 - 7.1 Longitudes, áreas y volúmenes.
 - 7.2 Escalas.

2.4.5. Estrategias de intervención y adaptaciones curriculares

Como ya se ha comentado previamente, muchos de los conceptos que aparecen en esta unidad ya han sido vistos por los alumnos en el curso previo de 2º de la E.S.O. Sin embargo, en esta unidad, se partirá de conocimientos mínimos, para que aquellos alumnos con falta de conocimientos básicos o dificultades a la hora del aprendizaje, puedan seguir el hilo del tema desde un principio. Para el resto de alumnos, las explicaciones servirán como recordatorio de lo visto en el curso anterior.

A lo largo del tema se han propuesto ejercicios con distintos grados de dificultad. Para ello, el libro que se ha utilizado [8] ha sido muy útil, puesto que clasifica cada ejercicio respecto al nivel de dificultad que puede suponer a los alumnos (uno, dos o tres grados de dificultad). Se han intentado proponer ejercicios de los tres niveles para que cada alumno pueda adecuarse a su grado de aprendizaje.

Además, en varias de las sesiones en las que se desarrolla la unidad, se dejan unos minutos al final en el que los alumnos deben trabajar los ejercicios propuestos, pudiendo preguntar las dudas que les surjan de forma individual.

Cabe recordar que el centro dispone de un grupo de 2º de PMAR (Programa de Mejora del Aprendizaje y del Rendimiento) en el que se engloban los alumnos con más dificultades a la hora del aprendizaje. Asimismo, también se tiene un grupo de Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Aplicadas, en el que entran alumnos que en general quieren estudiar un ciclo de Grado Medio de Formación Profesional. Nuestro curso, de Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas, está orientado a continuar con estudios de Bachillerato, por lo que la diversidad, aunque existente, es algo menor.

2.4.6. Metodología

Se ha intentado que en esta unidad las sesiones sean activas y motivadoras para los alumnos. Para ello, se ha fomentado la participación del alumnado en la clase de diversas formas: se preguntará como introducción qué conocimientos tienen de un concepto antes de explicarlo, se corregirán de forma grupal los ejercicios propuestos, se preguntará en todo momento si los conceptos explicados se han entendido de forma correcta y se acudirá a resolver las dudas individuales (o grupales) de los alumnos cuando éstos realizan trabajo autónomo. De este modo, el profesor no es un mero transmisor de la información sino que servirá como apoyo para los alumnos en su aprendizaje.

En las explicaciones se añadirán numerosos ejemplos, la mayoría de ellos presentes en la vida cotidiana de todos nosotros, para que los alumnos comprendan de forma correcta los conceptos, y también para que vean la importancia de este tipo de ideas en la vida real y la cantidad de veces que aparecen en todo tipo de contextos.

La mayoría de sesiones de esta unidad seguirán una estructura similar:

- Para empezar, se realizará un seguimiento de los ejercicios propuestos que han realizado los alumnos como trabajo autónomo, lo cual repercutirá en la calificación final de la unidad.
- Se continuará efectuando un repaso de los conceptos explicados en la sesión anterior, para que los alumnos recuerden lo aprendido previamente.
- Posteriormente, se corregirán los ejercicios propuestos como tarea para casa en la clase anterior, resolviendo todas las dudas que hayan podido surgir.
- Una vez resueltos los ejercicios, se procederá a explicar la siguiente parte del tema. Como se ha comentado previamente, la idea es proponer distintos ejemplos para que los alumnos asimilen de la mejor forma los nuevos conocimientos adquiridos. Se estará muy atento para ver si la clase ha comprendido realmente lo explicado.
- Por último, se propondrá una serie de ejercicios relacionados con los conceptos explicados, que se comenzarán a realizar en los minutos restantes de la clase. En esta parte, los alumnos pueden preguntar dudas sobre los problemas planteados, o sobre cualquier concepto de la unidad.

Sin embargo, podrá haber sesiones con una estructura distinta, en las que únicamente se resuelvan ejercicios y dudas, o en la que se haga un repaso general del tema previo a la prueba de control, dependiendo de las necesidades que en ese momento presente el alumnado.

2.4.7. Actividades

A lo largo de la unidad, se propondrán distintos tipos de actividades para que los alumnos interioricen los conceptos explicados. Como ya se ha comentado previamente, se intentará mandar ejercicios con distintos grados de dificultad, gracias a la ayuda que nos ofrece el libro de texto.

Algunos de los ejercicios propuestos se realizarán en clase y el resto quedarán como tarea para casa. Los tipos de actividades propuestas son los siguientes:

1. **Ejercicios de iniciación:** Ejercicios en los que el alumno únicamente tiene que aplicar el concepto previamente explicado. Sirven para afianzar el nuevo conocimiento adquirido, y para que los alumnos vean el procedimiento de resolución habitual en cada tipo de ejercicio.

Ejemplo. Realiza el siguiente reparto: 10850 inversamente proporcional a 2, 3, y 5.

2. **Ejercicios de ampliación:** Este tipo de actividades hace que los alumnos tengan que reflexionar más e identificar los elementos del problema y la tipología de este, para posteriormente resolverlo. Ayudan a mejorar la comprensión lectora y el pensamiento lógico de los alumnos.

Ejemplo. Con una cierta cantidad de dinero, se pueden comprar 20 bolígrafos a 60 céntimos la unidad. Con la misma cantidad de dinero, ¿cuántos bolígrafos se podrán comprar si su precio ha aumentado a 75 céntimos?

3. **Ejercicios de repaso:** Estas actividades consistirán en ejercicios más amplios que puedan servir como repaso de lo explicado días atrás, ya sea a mediados de la unidad o al final de ésta.

Ejemplo. Calcula el resultado final: La cantidad 250 aumenta un 16 %, disminuye en un 5 % y, finalmente, vuelve a aumentar un 8 %.

En el ejemplo anterior, vemos que se puede ver el ejercicio de dos formas: utilizando directamente porcentajes encadenados, o haciendo consecutivamente los aumentos y las disminuciones.

4. **Actividades interactivas:** Se intentará realizar alguna actividad utilizando programas como *Geogebra* para que los alumnos puedan entender de forma más gráfica e intuitiva los conceptos explicados en clase.

2.4.8. Evaluación

Criterios de evaluación

1. Identificar cuándo dos magnitudes son directa o inversamente proporcionales, hallando la constante de proporcionalidad. (CCL, CMCT, CAA)
2. Realizar repartos directa o inversamente proporcionales de una cantidad. (CCL, CMCT, CAA)
3. Resolver de forma correcta problemas de proporcionalidad compuesta. (CCL, CMCT)
4. Utilizar con soltura los porcentajes, los aumentos y disminuciones porcentuales, y los porcentajes encadenados. (CCL, CMCT, CD, CAA)
5. Entender la diferencia entre el interés simple y el compuesto. (CCL, CMCT, CAA, SIE)
6. Usar correctamente el Teorema de Tales y la semejanza de polígonos para solucionar problemas. (CCL, CMCT, CD)
7. Conocer las razones existentes entre las longitudes, áreas y volúmenes de figuras semejantes. (CCL, CMCT, CD, CAA, SIE)

Estándares de aprendizaje evaluables

- 1.1 Identifica correctamente la relación, directa o inversa, existente entre dos magnitudes. (CCL, CMCT)
- 1.2 Completa tablas de proporcionalidad, hallando la constante de proporcionalidad respectiva. (CCL, CMCT, CAA)
- 2.1 Reparte acertadamente una cantidad en distintas partes, ya sea de forma directa o inversa. (CCL, CMCT, CAA)
- 3.1 Detecta las distintas relaciones existentes entre las magnitudes. (CCL, CMCT)
- 3.2 Usa los métodos explicados en clase para resolver correctamente problemas de proporcionalidad compuesta. (CCL, CMCT)
- 4.1 Opera con destreza con porcentajes, aumentos, disminuciones, y porcentajes encadenados, y los utiliza para resolver problemas. (CCL, CMCT, CD, CAA)
- 5.1 Calcula intereses simples y compuestos dado el capital, el tipo de interés y el tiempo. (CCL, CMCT)
- 5.2 Conoce la diferencia entre ambos intereses y sabe explicarla. (CCL, CMCT, CAA, SIE)
- 6.1 Entiende qué son dos figuras semejantes y conoce los criterios de semejanza de triángulos. (CCL, CMCT, CD)
- 6.2 Utiliza el Teorema de Tales para resolver problemas en triángulos semejantes y similares. (CCL, CMCT)
- 7.1 Comprende las relación existente en las razones de longitudes, áreas y volúmenes de figuras semejantes. (CCL, CMCT, CD)
- 7.2 Sabe hallar datos desconocidos utilizando estas razones. (CCL, CMCT, CAA, SIE)

Criterios de calificación

La nota de cada alumno en la unidad se obtendrá de la siguiente forma:

- Un 90 % será la calificación del examen que se realizará al final del tema.
- El 10 % restante se obtendrá de los ejercicios realizados como trabajo autónomo. En cada sesión se revisará cuántos ejercicios de los propuestos ha hecho cada alumno.
- Se tendrá en cuenta la participación en clase, la actitud y el comportamiento.

2.4.9. Materiales y recursos de apoyo a la docencia

En esta unidad didáctica se utilizarán los siguientes recursos:

- Pizarra y tizas.
- Libro de texto [8]. Se utilizará como apoyo a las explicaciones del docente y para la obtención de actividades relacionadas.
- Hoja de soluciones a las actividades propuestas [A.3]. Se les proporcionará a los alumnos para que puedan comprobar sus soluciones.
- Ordenador y proyector. Se usarán para mostrar a los alumnos programas como *GeoGebra*, así como una presentación resumen del tema.
- *GeoGebra* [15]. Permite que los alumnos vean conceptos explicados en clase de manera más gráfica e intuitiva.

2.4.10. Temporalización

1. Primera sesión:

- Breve introducción sobre qué es la proporcionalidad.
- Proporcionalidad directa: magnitudes directamente proporcionales, razón de proporcionalidad directa y tablas. Repartos directamente proporcionales. Ejemplos.
- Proporcionalidad inversa: magnitudes inversamente proporcionales, razón de proporcionalidad inversa y tablas. Repartos inversamente proporcionales. Ejemplos.
- Se proponen los siguientes ejercicios del libro: 6, 7, 9, 33, 36, 40.
- Se usan los últimos minutos para realizar trabajo autónomo y resolución de dudas.

2. Segunda sesión:

- Se comprueban los ejercicios realizados por los alumnos.
- Repaso de lo explicado en la sesión anterior.
- Resolución de los ejercicios propuestos la sesión anterior. Aclaración de las dudas que puedan surgir en los alumnos.
- Proporcionalidad compuesta. Se estudian dos métodos para resolver este tipo de problemas: reducción a la unidad y regla de tres.
- Porcentajes. Breve explicación de qué es un porcentaje y cómo se calcula.
- Se proponen los siguientes ejercicios del libro: 45, 47, 11.

3. Tercera sesión:

- Se comprueban los ejercicios realizados por los alumnos.
- Repaso de lo explicado en la sesión anterior.

- Resolución de los ejercicios propuestos la sesión anterior. Aclaración de las dudas que puedan surgir en los alumnos.
- Porcentajes. Aumentos y disminuciones porcentuales. Porcentajes encadenados.
- Interés simple e interés compuesto. Explicación de la diferencia entre ambos.
- Se proponen los siguientes ejercicios del libro: 12 a), 13 b), 18, 24, 26, 28.

4. Cuarta sesión:

- Se comprueban los ejercicios realizados por los alumnos.
- Repaso de lo explicado en la sesión anterior.
- Resolución de los ejercicios propuestos la sesión anterior. Aclaración de las dudas que puedan surgir en los alumnos.
- Se proponen los siguientes ejercicios del libro: 60, 63 c), 64 c), 69 d), 72, 81, 83.
- Se realiza trabajo autónomo y se soluciona alguno de los ejercicios anteriores.

5. Quinta sesión:

- Proporcionalidad y geometría. Polígonos semejantes y semejanza de triángulos. Teorema de Tales y triángulos en posición de Tales.
- Otras razones y escalas. Longitudes, áreas y volúmenes. Escalas.
- Se proponen los siguientes ejercicios del libro: 50, 54, 57, 86 a) y b).
- Se usan los últimos minutos para realizar trabajo autónomo y resolución de dudas.

6. Sexta sesión:

- Se comprueban los ejercicios realizados por los alumnos.
- Repaso general del tema mediante una presentación con ordenador y proyector. [A.2]
- Se muestra a los alumnos una aplicación de *GeoGebra* relacionada con las razones de perímetros y áreas. [A.1]
- Se proponen los siguientes ejercicios del libro: 50, 54, 57, 86 a) y b).
- Resolución de alguno de los ejercicios propuestos la sesión anterior. Aclaración de las dudas previas al examen que puedan tener los alumnos.
- Se usan los últimos minutos para realizar trabajo autónomo y resolución de dudas.

7. Séptima sesión: examen de la unidad. [A.4]

2.5. Otras actividades

Durante el período de prácticas, además de a las clases, se acudió a diversas actividades tanto con los docentes como con los alumnos, las cuales se describen a continuación:

- Reuniones de tutores semanales: Mi tutora, como Jefa de Estudios Adjunta, se reunía semanalmente con los tutores de 3º y 4º de E.S.O., respectivamente. En las reuniones se trataban habitualmente casos de absentismo y conductas contrarias, así como otras actividades que podrían ser interesantes para estos cursos. También se trataban los contenidos de las clases de tutoría, y se hablaba de los grupos en general y de algún alumno conflictivo en particular.
- Comisión de Coordinación Pedagógica (CCP): Se acudió a una CCP en la que se trataron, entre otras cosas, la programación del Bachillerato Internacional para el curso que viene y un posible viaje de estudios organizado por el Departamento de Francés.
- Claustro de profesores: En el claustro se votaron y aprobaron los cambios en cuanto a normas de convivencia para el curso venidero, y se repasaron los resultados obtenidos por los alumnos durante la segunda evaluación, comparándolas con resultados anteriores.
- Reunión del Departamento de Matemáticas: Se acudió a una reunión de departamento en la que se revisaron los resultados obtenidos en la materia durante la segunda evaluación, y se compararon con los obtenidos en la primera. También se habló de los alumnos con la materia suspensa de años anteriores y de la temporalización utilizada por los docentes en distintos grupos de un mismo curso.
- Salida a la Universidad para practicar deporte: Asistimos con los alumnos de 3º E.S.O. a practicar deporte al aire libre a las instalaciones de la Universidad de La Rioja. Fue una actividad muy positiva puesto que se pudieron practicar distintos deportes (tenis, pádel, volley, pelota mano) y la meteorología acompañó.

- Feria de Formación Profesional: Acudimos al *Riojaforum* con los alumnos de 4º de E.S.O. a una feria en la que se mostraban los distintos ciclos de Formación Profesional. Pudimos recoger información de cada ciclo, y ver pequeñas demostraciones y aplicaciones muy interesantes.

2.6. Reflexiones finales y conclusiones

En mi opinión, el período de prácticas ha resultado ser muy satisfactorio. Creo que se ha podido poner en práctica todos los conocimientos adquiridos durante años en el Grado, y éste último año en el Máster. Pienso que las prácticas son el eje central de este Máster de Profesorado, es la parte en la que se ve la realidad de los centros y todo lo que hay detrás de los profesores. No sólo deben dar las clases, sino que deben de actuar como educadores de los alumnos, que, al fin y al cabo, son adolescentes y están pasando por una de las etapas más complicadas a nivel psicológico de toda su vida.

Creo que el sistema que se adoptó fue el adecuado: las dos primeras semanas actuamos como observadores de la labor del profesor, ayudando al docente en todas sus labores y adecuándonos al centro, comenzando a conocer a alumnos, profesores y resto de personal. Posteriormente, se pasó a desarrollar las unidades didácticas. En este tramo nos dimos cuenta de la gran cantidad de trabajo que se debe realizar como docente: preparación de clases, corrección de exámenes, etc. Durante las primeras sesiones, fue algo difícil, por la poca experiencia de este tipo que tenía. Sin embargo, tras un par de sesiones me sentí muy cómodo dando las clases y acabé disfrutando de ellas. En el último tramo, se volvió al perfil de observador y ayudante, lo cual permitió centrarnos en la elaboración de esta memoria.

Por otra parte, creo que el hecho de que mis tutores fuesen miembros del equipo directivo ha ayudado a conocer las tareas diarias que se realizan en un centro, ya que hemos podido presenciar una gran cantidad de

aspectos diferentes que no hubiésemos visto en otro caso. Me ha hecho ver la cantidad de trabajo que tienen los Directores, Secretarios y Jefes de Estudios de los institutos, además de haber aprendido numerosas actuaciones que éstos deben desarrollar.

Por último, me gustaría agradecer a mis tutores del centro, tanto a M^a Cruz como a Carlos, por todo lo que hemos aprendido de ellos y por todas las dudas que nos han podido solucionar. También quisiera agradecer al resto de profesores, miembros del centro y alumnos por la buena acogida que nos brindaron desde el primer día hasta el último. Para finalizar, agradecer a mi tutor de la UR, Jaime, por las reuniones que hemos realizado y todos los consejos que me ha dado.

3. Proyecto de innovación: La proporcionalidad en el mundo cotidiano

3.1. Introducción

A lo largo de la historia, han existido numerosas formas de impartir clase. El más utilizado tradicionalmente es el método magistral, en el que el profesor actúa como un mero transmisor de los conocimientos, mientras que los alumnos simplemente reciben la información que deben aprender, sin tener participación alguna dentro del aula. Se ha demostrado que este método no favorece al aprendizaje de los alumnos, puesto que éstos memorizan los contenidos vistos en clase y los reproducen en los exámenes, para posteriormente olvidarlos.

Durante las últimas décadas se están implantando diversos métodos que favorecen la participación del alumno en las aulas. En este caso, el profesor actúa como una especie de guía o ayudante que orienta a los alumnos en su aprendizaje. Éstos son los que realmente construyen y desarrollan su conocimiento, realizando un aprendizaje significativo, que como se ha explicado en el primer capítulo, consiste en relacionar los nuevos contenidos con conocimientos que ya se poseen. Este tipo de métodos dan más importancia a las experiencias reales de los alumnos, y favorecen las actividades prácticas, los debates y discusiones constructivas, y el

aprendizaje colaborativo.

En este Proyecto de Innovación, se pretende utilizar estos nuevos métodos educativos para una mejor comprensión de un tema concreto de la asignatura de Matemáticas. Para comenzar, se dará una justificación teórica por la cual se realiza el proyecto. Posteriormente, se explicarán los objetivos perseguidos y las competencias clave que se desarrollarán en el mismo. Para finalizar, se pasará a explicar las distintas actividades a desarrollar durante el proyecto y la manera en la que éstas serán evaluadas.

3.2. Justificación

La idea del proyecto surge tras realizar mi período de prácticas en el I.E.S. Práxedes Mateo Sagasta de Logroño. Durante el transcurso de las prácticas, tuve la suerte de interactuar con dos grupos de 3º de E.S.O. con un buen comportamiento, actitud y predisposición por aprender. Pude desarrollar por completo la unidad didáctica desarrollada en el capítulo anterior y, a pesar de que estoy satisfecho de la realización de la misma, pude observar algunas de las dificultades con las que los alumnos se encontraban en la materia de Matemáticas. Una de ellas era el no entendimiento de algunos de los conceptos. Esto provocaba un aprendizaje mecánico con el cual eran capaces de resolver problemas sencillos y comunes, pero que no les eran de utilidad cuando un problema se salía de lo típico. Así, cualquier problema que fuese mínimamente distinto les suponía muchas dificultades.

Otro de los problemas que se ha podido observar es que los alumnos no veían una utilidad práctica real en algunos de los conceptos que se estaban aprendiendo. Llevar la teoría a casos prácticos es una de las claves del aprendizaje significativo propuesto por Ausabel, una de las teorías más interesantes, en mi opinión, de las que se han estudiado durante el Máster. En ideas como los porcentajes o los intereses era sencillo encontrar situaciones reales en las que se usara lo explicado, pero en otros como el Teorema de Tales o los polígonos semejantes no fue tan sencillo

hallar este tipo de situaciones. Durante las actividades que se proponen a lo largo de este Proyecto, el alumnado realizará casos y ejemplos prácticos de cómo utilizar la proporcionalidad en su vida cotidiana. Además, otro obstáculo (relacionado con los dos anteriores) es la dificultad que algunos de los alumnos encuentran en la materia, la cual puede derivar a un rechazo a la misma. Por tanto, uno de los objetivos principales de este Proyecto de Innovación es mostrar a los alumnos que las matemáticas aparecen en lugares de lo más cotidianos en la vida real, y enseñar algunas de las aplicaciones prácticas en las que, aunque no nos demos cuenta, se utilizan las matemáticas.

En este Proyecto, los alumnos serán el eje principal sobre el que gire el aprendizaje, ya que la idea es que ellos investiguen y averigüen cómo realizar las actividades que se proponen, ayudándose entre ellos y en caso de duda preguntando al docente. De este modo, el profesor actúa como un guía o ayudante en el proceso de aprendizaje, un papel completamente opuesto al que los docentes seguían tradicionalmente.

Por otro lado, pienso que realizar actividades al aire libre y fuera de las aulas puede resultar estimulante y atractivo para los alumnos, ya que muchos de ellos se sienten atrapados dentro de las clases, y puede propiciar una mejor actitud e interés del alumnado con respecto a la asignatura. No obstante, se debe tener en cuenta que puede resultar más complicado manejar a los alumnos fuera del aula, por la misma estimulación que les produce.

La sociedad, en general, ha cambiado y evolucionado mucho en las últimas décadas. Uno de los mayores progresos que se ha realizado ha sido en el mundo de las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC). Ya es más que habitual usar aparatos tecnológicos como teléfonos móviles inteligentes, tabletas u ordenadores, así como el mundo de Internet, el cual ha entrado de lleno en nuestras vidas. Por tanto, la educación debe ser capaz de instruir al alumnado también en este campo, ya que cada vez más se utiliza en la vida cotidiana. Un docente también debe ser capaz de utilizar las herramientas que las TIC nos ofrecen para me-

jorar el proceso de enseñanza-aprendizaje. A pesar de que este Proyecto de Innovación no está completamente centrado en las TIC, se utilizarán algunas aplicaciones informáticas como ayuda para la realización de las actividades propuestas.

Por último, durante este año me he dado cuenta, gracias en mayor medida a las asignaturas *Complementos para la Formación Disciplinar* e *Innovación Docente e Iniciación a la Investigación Educativa*, de la potente herramienta que supone la historia para introducir conceptos y unidades, e incluso para ejemplificar con casos reales ocurridos durante la historia. En mi opinión, creo que la introducción de anécdotas históricas en las aulas puede suponer una mayor implicación y atención de los alumnos para la asignatura, y que se sientan más cómodos y atraídos por ésta. Además, se interrelacionan dos asignaturas (Matemáticas e Historia), que en un principio puede parecer que no tienen mucho en común, pero a las que se puede relacionar de distintas formas. Por ello, en este Proyecto se introduce algún caso histórico (la historia de Tales y la medición de pirámides) para tratar de motivar a los alumnos y que vean la asignatura más interesante.

3.3. Objetivos

Como el propio nombre indica, el Proyecto de Innovación consiste en mostrar a los alumnos algunas de las aplicaciones de las Matemáticas que podemos encontrar en nuestra vida cotidiana. En concreto, se tratarán aplicaciones ligadas a la unidad didáctica desarrollada en el capítulo anterior, centrada en la proporcionalidad numérica. Se propondrán distintas actividades relacionadas con este concepto que los alumnos deberán completar y resolver. Los objetivos que se pretenden conseguir con la realización de este proyecto son los siguientes:

- Mostrar a los alumnos la utilidad práctica de las Matemáticas fuera del aula de clase.

- Utilizar conceptos teóricos explicados en clase para la resolución de problemas dentro y fuera del aula.
- Hacer ver a los alumnos que las Matemáticas son una herramienta indispensable en la vida cotidiana.
- Provocar un mejor entendimiento de los conceptos explicados en clase.
- Mejorar la curiosidad y la motivación del alumnado por la asignatura.
- Relacionado con el anterior, conseguir una mejora de los resultados académicos en la asignatura.
- Trabajar la investigación y la exploración como medio para el desarrollo del conocimiento (aprender a aprender).
- Fomentar el trabajo colaborativo, aprendiendo unos de otros y trabajando por un bien común.
- Utilizar la historia para introducir y ejemplificar conceptos matemáticos vistos en el aula.
- Promover el uso de las TIC como herramienta de apoyo en las aulas, y en la vida en general.

3.4. Competencias clave

Durante la realización de este Proyecto de Innovación, se trabajarán las siguientes competencias clave:

- CCL Competencia en comunicación lingüística:** Se desarrollará durante todo el Proyecto, ya sea mediante la comunicación profesor-alumno, la comprensión lectora de las actividades propuestos, o de la explicación de un ejercicio por parte de un alumno a sus compañeros.
- CMCT Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología:** Obviamente durante todo el Proyecto los alumnos desarrollarán su pensamiento lógico y matemático y utilizarán herramientas provenientes de las matemáticas para la resolución de diversos problemas. Con respecto a la competencia en ciencia y tecnología, algunas de las actividades se desarrollan al aire libre, por lo que se interactúa con el medio físico. También se utilizan recursos tecnológicos (sala de ordenadores, *Google Maps*), así como la calculadora, por lo que los alumnos desarrollan su destreza tecnológica.
- CD Competencia digital:** El uso de las tecnologías de la información y la comunicación puede ayudar enormemente, tanto a los alumnos a comprender los conceptos, como al docente a explicarlos. En concreto, en una de las actividades que se realizarán se acudirá a la sala de ordenadores y se utilizará la aplicación *Google Maps* para el mejor entendimiento de conceptos como los polígonos semejantes o las escalas.
- CAA Competencia para aprender a aprender:** Los alumnos de E.S.O. tienen una edad en la que deben empezar a realizar trabajo autónomo. Por ello, en este Proyecto de Innovación se propondrán actividades en las que ellos mismos deberán investigar y comprender los

conceptos y utilizarlos para resolver problemas, siempre con una explicación previa del docente y su ayuda para resolver dudas.

SIE Sentido de la iniciativa y espíritu emprendedor: Los alumnos deberán resolver diversas actividades ya sea de forma individual o en grupos. Por ello, deberán mostrar planificación y organización, análisis de las situaciones que les surjan, adaptación al cambio, resolución de problemas, creatividad y habilidad de trabajo individual o grupal.

CSC Competencias sociales y cívicas: Al haber la posibilidad de trabajo grupal, los alumnos deberán mantener una comunicación con sus compañeros, con una actitud abierta y respetuosa, que les permita llegar a un objetivo común, en este caso la realización de las actividades propuestas.

3.5. Etapa

El Proyecto está pensado para, en un principio, servir como complemento de la Unidad Didáctica desarrollada en el capítulo anterior. Por lo tanto, se desarrollaría en el curso de 3º de E.S.O., asignatura de Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas.

Sin embargo, se trata de un proyecto abierto que se podría realizar en cualquier curso de la Educación Secundaria. En mi opinión, las actividades pueden resultar atractivas e interesantes para alumnos de cualquier edad. Creo que los cursos en los que el Proyecto puede resultar más interesante son 2º y 3º de la E.S.O., puesto que son los años en los que se explican los conceptos en los que se basan las actividades del proyecto, como el Teorema de Tales o las figuras semejantes. Pienso que el Proyecto se podría realizar perfectamente en otros cursos como 1º o 4º de E.S.O., realizando algunas adaptaciones curriculares en función del curso al que se quiera impartir.

3.6. Descripción del proyecto

El Proyecto “La proporcionalidad en el mundo cotidiano” pretende mostrar a los alumnos situaciones de la vida real en la que se utilizan las Matemáticas, y en especial, conceptos de proporcionalidad, el tema al que está relacionado el proyecto. Con el Proyecto queremos que el alumnado reflexione y se de cuenta de la importancia de las Matemáticas en el mundo y la cantidad de veces que aparecen y se utilizan, aunque en muchas de ellas sea de forma inconsciente.

La idea es que el Proyecto sirva como apoyo a la Unidad Didáctica previamente desarrollada, para que los alumnos refuercen las ideas que han aprendido durante la unidad. Se pretende que lo hagan de una forma atractiva y diferente, que trabajen de manera autónoma desarrollando su propio conocimiento y habilidades que les pueden ser muy útiles en su vida futura. Se potenciará también el trabajo colaborativo, por medio de actividades grupales, en las que los alumnos deberán trabajar sus habilidades de liderazgo, debate, comprensión y trabajo en equipo.

El Proyecto consiste en tres actividades diferenciadas, en las que se trabajará de forma distinta y se tratará de desarrollar diferentes cualidades en el alumnado. Cada una de las actividades pretende centrarse en diferentes conceptos estudiados durante la unidad, pero también se incluirán distintas cuestiones que trabajarán otros contenidos.

Cada una de las actividades está pensada para su realización en una sesión, con una sesión extra al final del proyecto en caso de que hiciese falta más tiempo para realizar las actividades, y también para tener un breve debate con los alumnos sobre su opinión de las actividades realizadas.

Seguidamente se describen con detalle las actividades que se realizarán en el Proyecto.

Actividad 1: Tales en el patio

La actividad se plantea en base a la famosa historia de Tales y las pirámides. Tales de Mileto (siglo VI a.C.) [18] fue un importante sabio griego que realizó grandes aportaciones a la filosofía, la astronomía, la física y las matemáticas. Es mayormente conocido por el teorema que lleva su nombre, en el cual se basa esta actividad.

La historia dice así: Un sacerdote egipcio pregunta a Tales cuál puede ser la altura de la pirámide de Keops (la mayor pirámide de Egipto y una de las siete maravillas del mundo). Tales reflexiona, y contesta que no sólo la calculará, sino que lo hará sin necesidad de ningún instrumento. Se echa sobre la arena y determina la longitud de su cuerpo.

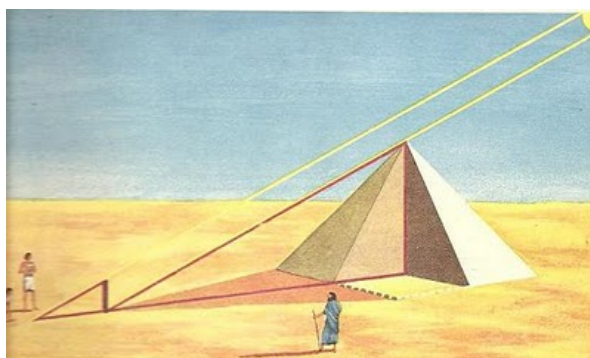
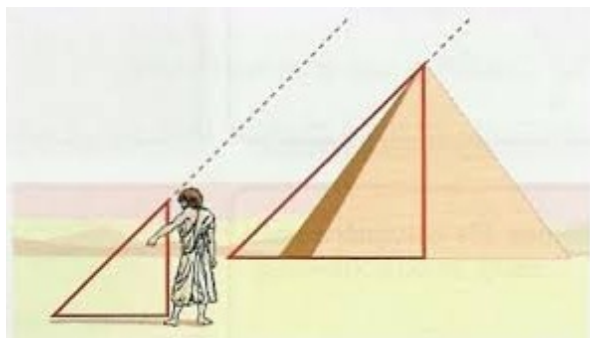
Los sacerdotes pregunta qué es lo que está haciendo, y Tales les explica: “Me pondré en un extremo de esta línea, cuya longitud es la de mi cuerpo, y esperaré hasta que mi sombra sea igual de larga. Entonces, la sombra de la pirámide medirá tantos pasos como la altura de la pirámide”.

El sacerdote, impresionado por la sencillez de la solución, se pregunta si no hay ningún error, a lo que Tales añade: “Pero si queréis que os mida la altura de la pirámide a cualquier hora, clavaré en la arena mi bastón”.

Ejercicios a realizar:

1. Explica, utilizando los conceptos estudiados en la unidad, por qué funciona el primer método de Tales.
2. ¿Cómo medirá Tales la altura de la pirámide con su bastón a cualquier hora del día?
3. En el patio, mide la altura de distintos objetos (farolas, edificios, vallas) utilizando tu altura, tu sombra y el método de Tales.
4. Halla la razón de semejanza entre tu sombra y tu altura.
5. Compara con tus compañeros los resultados obtenidos. ¿Es importante la altura de cada uno en este caso?

La actividad comenzará en el aula contando la historia de Tales a los alumnos y realizando los dos primeros ejercicios de forma grupal a modo de debate. La idea es que los alumnos comprendan las dos maneras con las que Tales es capaz de medir la altura de la pirámide. Ambas están basadas en conceptos como los triángulos semejantes, la proporcionalidad de sus lados y el teorema de Tales. Se les mostrarán ejemplos gráficos para su mejor comprensión.



Posteriormente, se acudirá al patio del colegio para realizar las mediciones de los distintos objetos pedidos. Las mediciones tendrán que realizarse por medio del segundo método, ya que es muy complicado que la hora de clase coincida exactamente con el momento en el que el sol proyecta una sombra de la misma longitud que la altura. Por ello, se necesitarán cintas métricas para poder medir las sombras. Sería conveniente que cada alumno tuviese su propia cinta, si alguno de ellos no dispusiese de una, se podría trabajar en grupo con sus compañeros. Posteriormente, se

realizarían los cálculos necesarios con la calculadora para determinar la altura de los objetos.

Destacar que para la realización de esta actividad es necesario un tiempo soleado, para que se puedan obtener las sombras de los alumnos y los distintos objetos. Debido a ello, se podrá cambiar la actividad al día más apropiado para su ejecución, intercambiándola con el resto de las actividades del Proyecto.

Pienso que esta actividad puede resultar interesante para los alumnos, ya que se trata de una aplicación de la proporcionalidad que, aunque tradicional, es muy curiosa. Además, el cambio del aula por el patio puede hacer que los alumnos se sientan más atraídos y lo vean como un juego, por lo que podría resultarles más motivadora.

Creo que la comparación de los resultados obtenidos por los alumnos puede ser una parte importante de la actividad. En primer lugar, porque entre ellos podrían detectar fallos en las mediciones o en los cálculos, y poderlos corregir ellos mismos, con la ayuda de otros compañeros o con la ayuda del profesor. Por otro lado, los alumnos deben reflexionar y comprender que la altura no importa puesto que a más altura, más sombra se va a proyectar. Ahí es donde aparece la proporcionalidad y el por qué esta actividad puede ser instructiva para ellos.

Durante esta actividad, se trabajan los siguientes conceptos: proporcionalidad directa, figuras y polígonos semejantes, criterios de semejanza de triángulos, Teorema de Tales y triángulos en posición de Tales.

Actividad 2: Edificios semejantes

En las siguientes fotografías podemos ver el Palacio de la Paz y la Reconciliación, un edificio situado en Astaná (Kazajistán), construido en 2006.



Ejercicios a realizar:

1. Encuentra distintas figuras semejantes en el edificio. ¿Sabrías decir qué tipo de figura geométrica es cada una?
2. Halla, sin saber la medida del lado de cada triángulo, la razón de semejanza existente entre los lados de los triángulos pequeños y el lado completo del edificio (el triángulo grande).
3. Teniendo en cuenta que los triángulos pequeños son equiláteros y tienen 12 m de base, calcula su área y el área del lado completo del edificio. Halla también la escala a la que está hecha la segunda fotografía.
4. Halla la razón de semejanza de las áreas previamente calculadas. ¿Hay alguna relación con la razón de semejanza entre los lados calculada anteriormente?

La actividad se realizará tras un breve recordatorio sobre proporciones y figuras semejantes. Se podrá realizar ya sea individualmente o de forma grupal. La idea es que los alumnos trabajen de la forma que más cómoda les resulte, siempre en un ambiente de trabajo que les permita realizar la actividad propuesta. Para la medición del lado de los triángulos, será necesaria una regla, pero si algún grupo de alumnos no dispusiese de una, se le diría cuánto mide el lado del triángulo directamente.

La elección de este edificio es interesante, puesto que en su fachada se pueden encontrar distintas figuras geométricas como triángulos, rombos o romboides. La idea es que los alumnos recuerden los distintos tipos de figuras geométricas, aunque se traten de contenidos que no pertenezcan a esta unidad.

Creo que dar libertad al alumno puede ser beneficioso en este caso, ya que cada uno podrá elegir como prefiere trabajar, desarrollando así su iniciativa y su capacidad de aprender a aprender. Además, si se realiza

la actividad de forma grupal, se necesitará una organización y los alumnos podrán resolver sus propias dudas con la ayuda de sus compañeros, además de realizar trabajo colaborativo.

En el último tercio de la sesión, y dependiendo del entendimiento y el tiempo necesitado para la realización de la actividad, se podría salir al patio o al exterior del colegio para buscar figuras semejantes en edificios o mobiliario urbano. Este tipo de figuras, como triángulos o cuadriláteros, son comunes en ventanas de edificios, vallas o baldosas de las aceras.

En mi opinión, que los alumnos vean cómo la geometría y figuras semejantes de este tipo puede ayudar a que se fijen más a menudo en la geometría de los edificios y otro tipo de edificaciones. Es posible que en muchas construcciones que son parte de su día a día aparezcan figuras de este tipo, pero ellos no se fijen y no tengan en cuenta que aparecen las Matemáticas.

Durante esta actividad, se trabajan los siguientes conceptos: proporcionalidad directa, figuras y polígonos semejantes, criterios de semejanza de triángulos, relaciones entre las razones de longitudes y áreas, y escalas. También se trabajan contenidos transversales no estudiados en la unidad pero que los alumnos ya conocen como el Teorema de Pitágoras, o las distintas figuras geométricas y sus áreas.

Actividad 3: Matemáticas en Google Maps

Esta actividad se desarrollará en el aula de ordenadores, para poder utilizar una aplicación como Google Maps [14], que nos permite ver mapas desplazables y ampliables de todas las zonas del mundo.



Aquí podemos ver una imagen de la ciudad de Logroño, concretamente la zona universitaria en la que se sitúa también el nuevo edificio del I.E.S. Práxedes Mateo Sagasta.

Actividades a realizar:

1. Teniendo en cuenta que la distancia real entre el Instituto Sagasta y la Biblioteca de la Universidad de La Rioja (trayecto rojo) es de 400 m, halla la escala a la que está el mapa.
2. Halla la distancia existente entre el Instituto Sagasta y el Centro Comercial Berceo (trayecto azul).
3. Calcula las dimensiones de la piscina adyacente a la Biblioteca de la universidad. Si su profundidad es de 2 m, ¿cuántos litros de agua son necesarios para llenar la piscina?
4. Compara los resultados obtenidos con tus compañeros.

5. Investiga las funcionalidades de Google Maps, y, mediante éstas, comprueba que los resultados obtenidos en los dos primeros ejercicios son correctos.

La idea de la actividad es que los alumnos trabajen proporcionalidad y escalas mediante la utilización de esta aplicación informática, potenciando el uso de las nuevas tecnologías. De nuevo, la actividad se podrá realizar individualmente o en grupo, dependiendo de las preferencias de cada alumno.

Como digo, esta actividad se realizará en el aula de ordenadores. No sería del todo necesario, puesto que a los alumnos se les proporcionará la imagen que acompaña a los ejercicios, pero creo que puede ser mucho más instructivo que el alumnado utilice la aplicación al completo. Además, podrán hacer uso de todas las posibilidades que ofrece, como la comprobación de los ejercicios haciendo rutas en el propio Google Maps o la visualización de la escala que se está utilizando en la esquina inferior derecha.

Al igual que en las actividades anteriores, pienso que la comparación entre los resultados obtenidos por los alumnos puede ser un buen método para que ellos mismos detecten fallos y puedan resolverlos por sí mismos. Por supuesto, el profesor estará disponible en todo momento para resolver las dudas que puedan llegar a surgir, y supervisará el desarrollo de la actividad para cada uno de los alumnos.

Me parece muy interesante que los alumnos puedan investigar y encontrar las funcionalidades de las que la aplicación dispone, ya que podrán desarrollar su capacidad de aprender a aprender y su sentido de la iniciativa y la deducción.

A lo largo de esta actividad, se trabaja principalmente con conceptos como proporcionalidad directa y escalas. Además, se utilizarán otros contenidos transversales que no aparecen en la unidad, pero que guardan una estrecha relación con ella, como el cálculo de áreas y volúmenes y la conversión de unidades de longitud y volumen.

3.7. Evaluación

Durante la realización de las diferentes actividades, se les entregarán a los alumnos fichas con los ejercicios a realizar para que puedan completarlas y entregarlas al docente. La evaluación del Proyecto se realizará en función del siguiente baremo:

- Ficha de la Actividad 1: Tales en el patio (30 %)
- Ficha de la Actividad 2: Edificios semejantes (30 %)
- Ficha de la Actividad 3: Matemáticas en Google Maps (30 %)
- Actitud e interés (10 %)

Para la evaluación de cada una de las fichas, se tendrán en cuenta los siguientes indicadores:

- Comprensión de los distintos contenidos y conceptos matemáticos.
- Técnicas de matematización y resolución de problemas.
- Creatividad e iniciativa en la realización de las actividades.
- Trabajo individualizado y en grupo.

Para la parte de actitud e interés, se valorará el comportamiento general con respecto a las actividades, y en particular se tendrá en cuenta la disposición que han seguido si ha realizado trabajo grupal con el resto de sus compañeros.

La nota del Proyecto tendrá un peso del 20 % de la nota total de la unidad, por lo que la calificación obtenida y explicada en el apartado 2.4.8 valdrá un 80 % del total.

3.8. Conclusión

En mi opinión, las actividades propuestas en este Proyecto de Innovación pueden resultar de mucho interés para los alumnos. Creo que la muestra de aplicaciones de las Matemáticas en la vida real es realmente atractiva, ya que logra hacer reflexionar a los alumnos sobre la importancia de las Matemáticas en el mundo.

Creo que para muchos adolescentes la asignatura de Matemáticas se ha convertido en una de las que menos gustan en general. Esto puede deberse a diversos factores: la propia dificultad de comprensión de la asignatura, los largos currículos que se cursan año tras año o la manera de impartir clase de algunos profesores. Pienso que es lógico que si el alumno no es capaz de comprender lo que se está explicando en la disciplina, se desanime y afronte con menos ganas la asignatura, y esto acabe con la pérdida de afición por la materia.

Para cambiar esto, creo que se deberían hacer ver las Matemáticas como un juego, y pienso que la realización de actividades fuera del aula normal (en el patio o en el aula de ordenadores) es siempre motivadora para los alumnos, ya que se utilizan técnicas diferentes. Además, el ver las aplicaciones prácticas que se pueden realizar a partir de lo estudiado en clase, puede hacer ver al alumnado que lo que están estudiando es muy útil en la vida real, y que es muy importante que lo aprendan.

Por último, me gustaría decir que el Proyecto desarrollado sigue siendo eso, un proyecto, ya que no se ha podido utilizar en el período de Prácticas Externas. Esto se debe principalmente al poco tiempo disponible para la realización de la Unidad Didáctica. Esto hizo que me centrara primordialmente en el recordatorio de los conceptos ya estudiados y la explicación de los nuevos, sin poder realizar ningún tipo de actividad diferente. Sin embargo, estoy convencido que en el futuro podré poner en práctica este Proyecto, y otros muchos con la misma filosofía, ya que pienso que provocaría un gran beneficio tanto en el aprendizaje de los alumnos, como en su manera de encarar la asignatura.

Reflexiones finales y conclusión

Creo que la realización de este Máster ha resultado ser realmente satisfactoria para mí. Desde hace años, mi objetivo ha sido convertirme en profesor de Matemáticas, puesto que siempre me ha gustado enseñar y ésta ha sido siempre mi asignatura favorita. Tras este curso, esta idea no ha hecho más que consolidarse, ya que me he sentido muy cómodo tanto en las asignaturas cursadas como en el período de prácticas.

En mi opinión, en las asignaturas del Máster hemos podido aprender conceptos cruciales para el proceso de enseñanza-aprendizaje. También se han adquirido técnicas y conocimientos que podremos aplicar no sólo dentro del aula, sino en el resto de lugares del colegio, y también fuera de él.

He podido reflexionar y darme cuenta de que la enseñanza es uno de los procesos más complejos que existe. En él intervienen una gran cantidad de factores, y se deben tener en cuenta todos ellos para que el aprendizaje del alumno sea completo y de calidad.

Me gustaría destacar el período de prácticas, para mí parte fundamental de este Máster. En él es donde hemos podido ver la realidad de los institutos, y comprobar *in situ* todos los problemas y dificultades que pueden surgir dentro de ellos. Tuve la suerte de que mis tutores perteneciesen al equipo directivo del centro, por lo que pude intervenir en situaciones no sólo de interés estrictamente académico, sino de otros aspectos como el psicológico, el organizativo o el social.

También quisiera comentar algunos aspectos que creo que se podrían mejorar en el Máster. En primer lugar, la organización semipresencial del curso no ha sido tan buena como podría, ya que creo que no se han utilizado lo suficiente los recursos disponibles para ello. No obstante, puesto que se trata del primer año que la titulación se imparte de este modo, estoy seguro de que se tomarán medidas para su mejora. Por otro lado, pienso que no se ha dado importancia a la realización de programaciones y unidades didácticas, para mí una parte fundamental del trabajo que tendremos que realizar como docentes.

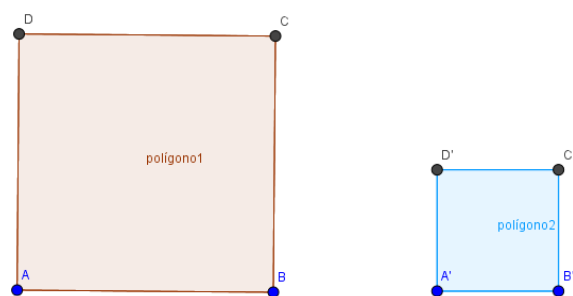
No quisiera finalizar sin agradecer a todas las personas que me han ayudado durante el Máster. A todos los profesores que han impartido clase en el mismo, por los numerosos conocimientos que hemos adquirido gracias a ellos. A mis tutores de prácticas, M^a Cruz y Carlos, por todo lo que he podido aprender de ellos, y al resto del Instituto Sagasta por la gran acogida que me brindaron durante el período. A mi familia y amigos, por estar cerca de mí en todo momento. Y por último, a mi tutor, Jaime, por todos los consejos y sugerencias que me ha dado durante todo el año.

A. Anexos a la Unidad Didáctica

A.1. *GeoGebra*

Se elaboró y mostró a los alumnos un pequeño ejercicio con *GeoGebra*. Se ve claramente que aunque cambie la razón de semejanza k , la razón entre los perímetros sigue siendo igual a k y la razón entre las áreas a k^2 .

La actividad se puede consultar en el siguiente enlace: <https://www.geogebra.org/m/f6stKGqu>



Razones entre longitudes:

$$\begin{aligned}\overline{AB} &= 5.7 \\ \overline{A'B'} &= 2.7 \\ \text{Razón} &= \frac{5.7}{2.7} = 2.11 = k \\ k^2 &= 4.46\end{aligned}$$

Razones entre perímetros:

$$\begin{aligned}4 \cdot 5.7 &= 22.8 \\ 4 \cdot 2.7 &= 10.8 \\ \text{Razón} &= \frac{22.8}{10.8} = 2.11 = k\end{aligned}$$

Razones entre áreas:

$$\begin{aligned}5.7^2 &= 32.48 \\ 2.7^2 &= 7.29 \\ \frac{32.48}{7.29} &= 4.46 = k^2\end{aligned}$$

A.2. Presentación resumen

Se elaboró con *Beamer* una presentación que sirvió como resumen general del tema, previo al examen.

Resumen Tema 6: Proporcionalidad

6 de abril de 2017

Proporcionalidad directa

Dos magnitudes son directamente proporcionales si los cocientes de las cantidades correspondientes son constantes.

| | | | |
|----|----|----|----|
| a | b | c | d |
| a' | b' | c' | d' |

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = \frac{d}{d'} = k.$$

A esta constante k se le llama **constante o razón de proporcionalidad directa**.

Ejemplo

Halla los valores de a y b para que las magnitudes sean directamente proporcionales.

| | | | |
|---|---|---|----|
| X | a | 6 | 12 |
| Y | 2 | b | 6 |

Ejemplo

Halla los valores de a y b para que las magnitudes sean directamente proporcionales.

| | | | |
|---|---|---|----|
| X | a | 6 | 12 |
| Y | 2 | b | 6 |

$$\frac{a}{2} = \frac{6}{b} = \frac{12}{6} \Rightarrow \begin{cases} \frac{a}{2} = 2 \Rightarrow a = 4 \\ \frac{6}{b} = 2 \Rightarrow b = 3 \end{cases}$$

Repartos directamente proporcionales

Para repartir una cantidad N de forma directamente proporcional a a, b, c, \dots multiplicamos la constante de proporcionalidad k por cada una de las partes (a, b, c, \dots).

$$k = \frac{N}{a + b + c + \dots} \Rightarrow \begin{cases} k \cdot a \\ k \cdot b \\ k \cdot c \\ \vdots \end{cases}$$

Ejemplo

Un abuelo quiere repartir 60 euros entre sus tres nietos de 12, 10 y 8 años, de forma directamente proporcional a sus edades. ¿Cuánto dinero recibirá cada nieto?

| | |
|---|--|
| <ul style="list-style-type: none"> Proporcionalidad directa Proporcionalidad inversa Proporcionalidad compuesta Porcentajes Intereses Proporcionalidad y geometría Otras razones y escalas | <ul style="list-style-type: none"> Proporcionalidad Repartos |
|---|--|

Ejemplo

Un abuelo quiere repartir 60 euros entre sus tres nietos de 12, 10 y 8 años, de forma directamente proporcional a sus edades. ¿Cuánto dinero recibirá cada nieto?

$$\frac{60}{12 + 10 + 8} = \frac{60}{30} = 2 = k \Rightarrow \begin{cases} k \cdot a = 2 \cdot 12 = 24 \text{ €} \\ k \cdot b = 2 \cdot 10 = 20 \text{ €} \\ k \cdot c = 2 \cdot 8 = 16 \text{ €} \end{cases}$$

| | |
|---|--|
| <ul style="list-style-type: none"> Proporcionalidad directa Proporcionalidad inversa Proporcionalidad compuesta Porcentajes Intereses Proporcionalidad y geometría Otras razones y escalas | <div>Resumen Tema 6: Proporcionalidad</div> <ul style="list-style-type: none"> Proporcionalidad Repartos |
|---|--|

Proporcionalidad inversa

Dos magnitudes son inversamente proporcionales si los productos de las cantidades correspondientes son constantes.

| | | | |
|----|----|----|----|
| a | b | c | d |
| a' | b' | c' | d' |

$$a \cdot a' = b \cdot b' = c \cdot c' = d \cdot d' = k.$$

A esta constante *k* se le llama **constante o razón de proporcionalidad inversa**.

| | |
|---|--|
| <ul style="list-style-type: none"> Proporcionalidad directa Proporcionalidad inversa Proporcionalidad compuesta Porcentajes Intereses Proporcionalidad y geometría Otras razones y escalas | <div>Resumen Tema 6: Proporcionalidad</div> <ul style="list-style-type: none"> Proporcionalidad Repartos |
|---|--|

Ejemplo

Halla los valores de *a* y *b* para que las magnitudes sean inversamente proporcionales.

| | | | |
|---|---|---|----|
| X | a | 6 | 12 |
| Y | 3 | b | 1 |

Ejemplo

Halla los valores de a y b para que las magnitudes sean inversamente proporcionales.

| | | | |
|---|---|---|----|
| X | a | 6 | 12 |
| Y | 3 | b | 1 |

$$a \cdot 3 = 6 \cdot b = 12 \cdot 1 = 12 \Rightarrow \begin{cases} 3a = 12 \Rightarrow \boxed{a=4} \\ 6b = 12 \Rightarrow \boxed{b = 2} \end{cases}$$

Repartos inversamente proporcionales

Para repartir una cantidad N de forma inversamente proporcional a a, b, c, \dots realizamos un reparto directamente proporcional con los inversos de a, b, c, \dots $(\frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{c}, \dots)$.

$$k = \frac{N}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \dots} \Rightarrow \begin{cases} k \cdot \frac{1}{a} \\ k \cdot \frac{1}{b} \\ k \cdot \frac{1}{c} \\ \vdots \end{cases}$$

Ejemplo

En un concurso se reparten 1000 € entre tres concursantes de forma inversamente proporcional al número de errores que han tenido. Los tres concursantes han tenido 3, 6 y 8 fallos respectivamente. ¿Cuánto recibió cada uno?

En un concurso se reparten 1000 € entre tres concursantes de forma inversamente proporcional al número de errores que han tenido. Los tres concursantes han tenido 3, 6 y 8 fallos respectivamente. ¿Cuánto recibió cada uno?

$$\frac{1000}{\frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8}} = \frac{1000}{\frac{5}{8}} = 1600 = k \Rightarrow \begin{cases} k \cdot \frac{1}{a} = 1600 \cdot \frac{1}{3} = \boxed{533.33 \text{ €}} \\ k \cdot \frac{1}{b} = 1600 \cdot \frac{1}{6} = \boxed{266.67 \text{ €}} \\ k \cdot \frac{1}{c} = 1600 \cdot \frac{1}{8} = \boxed{200 \text{ €}} \end{cases}$$

- Se relacionan tres o más magnitudes, una de ellas desconocida (incógnita).
- Importante tener en cuenta el tipo de relación (directa o inversa) entre cada magnitud con la desconocida.
- Dos modos de resolución: reducción a la unidad o regla de tres.

Un libro está impreso en 250 páginas con 50 líneas por página y con 40 letras por línea. ¿Cuántas letras por línea se deberán colocar para imprimir ese mismo libro en 400 páginas con 25 líneas por página?

Ejemplo (regla de tres)

Un libro está impreso en 250 páginas con 50 líneas por página y con 40 letras por línea. ¿Cuántas letras por línea se deberán colocar para imprimir ese mismo libro en 400 páginas con 25 líneas por página?

| Páginas | Líneas | Letras |
|---------|--------|----------|
| 250 | 50 | 40 |
| 400 | 25 | x |
| Inv. | Inv. | Relación |

Ejemplo (regla de tres)

Un libro está impreso en 250 páginas con 50 líneas por página y con 40 letras por línea. ¿Cuántas letras por línea se deberán colocar para imprimir ese mismo libro en 400 páginas con 25 líneas por página?

| | | |
|---------|--------|----------|
| Páginas | Líneas | Letras |
| 250 | 50 | 40 |
| 400 | 25 | x |
| Inv. | Inv. | Relación |

- Recordad que si la relación es inversa se da la vuelta a la fracción, y que la incógnita se coloca siempre al final.

Ejemplo (regla de tres)

Un libro está impreso en 250 páginas con 50 líneas por página y con 40 letras por línea. ¿Cuántas letras por línea se deberán colocar para imprimir ese mismo libro en 400 páginas con 25 líneas por página?

$$\frac{400}{250} \cdot \frac{25}{50} = \frac{40}{x} \Rightarrow x = \frac{250 \cdot 50 \cdot 40}{400 \cdot 25} \Rightarrow \boxed{x = 50 \text{ letras}}$$

- Un porcentaje es una razón entre dos magnitudes directamente proporcionales.
- Expresa la cantidad que corresponde a una de ellas cuando la otras es 100.

Ejemplos

- ¿Cuál es el 20 % de 80?

$$20 \% \text{ de } 80 \Rightarrow 80 \cdot \frac{20}{100} = \boxed{16}$$

- ¿Qué porcentaje de 80 es 56?

$$x \% \text{ de } 80 = 56 \Rightarrow 80 \cdot \frac{x}{100} = 56 \Rightarrow \boxed{x=70}$$



Aumentos

Si una cantidad inicial C_I aumenta un $r \%$, la cantidad final C_F será:

$$C_F = C_I \left(1 + \frac{r}{100}\right)$$

Disminuciones

Si una cantidad inicial C_I disminuye un $r \%$, la cantidad final C_F será:

$$C_F = C_I \left(1 - \frac{r}{100}\right)$$

Ejemplo

100 aumenta en un 25 %:

$$\begin{aligned} C_F &= 100 \left(1 + \frac{25}{100}\right) = \\ &= 100 \cdot 1,25 = \boxed{125} \end{aligned}$$

Ejemplo

150 disminuye en un 30 %:

$$\begin{aligned} C_F &= 150 \left(1 - \frac{30}{100}\right) = \\ &= 150 \cdot 0,7 = \boxed{105} \end{aligned}$$



Porcentajes encadenados

Podemos calcular porcentajes encadenados como uno solo, multiplicando los aumentos o disminuciones:

$$C_F = C_I \left(1 \pm \frac{r_1}{100}\right) \left(1 \pm \frac{r_2}{100}\right) \dots$$

Ejemplo

Calcula el precio de una prenda que costaba 40 € y ha sido rebajada primero un 20 % y posteriormente un 10 %.

$$C_F = 40 \left(1 - \frac{20}{100}\right) \left(1 - \frac{10}{100}\right) = 40 \cdot 0,8 \cdot 0,9 = \boxed{28,8 \text{ €}}$$



- Los beneficios no se acumulan al capital.
- Por tanto, estos beneficios no generan más intereses en los siguientes años.

$$C_F = C_I(1 + \frac{r \cdot t}{100})$$

Los beneficios obtenidos se acumulan al capital y por tanto producen más beneficios al siguiente año.

$$C_F = C_I(1 + \frac{r}{100})^t$$

Calcula cuál sería el capital final si se invierten 10000 € al 5 % anual durante 6 años, con los dos tipos de intereses.

Interés compuesto:

$$C_F = 10000(1 + \frac{5}{100})^6 =$$

$$= 10000 \cdot 1,05^6 = \boxed{13400.95 \text{ €}}$$

Resumen Tema 6: Proporcionalidad

Dos polígonos son semejantes si cumplen:

- 1 Los ángulos correspondientes son iguales.
- 2 Los lados correspondientes son proporcionales.

La razón entre los lados se denomina razón de semejanza.



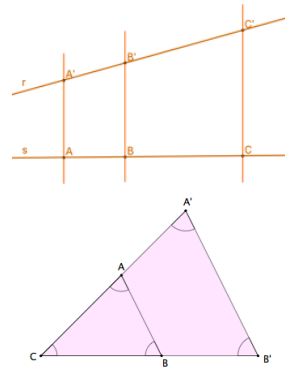
Teorema de Tales

Si dos rectas son cortadas por dos o más rectas paralelas, los segmentos en r y s son proporcionales:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{A'C'}}$$

Triángulos en posición de Tales:

Tienen un ángulo común y los lados opuestos a este ángulo paralelos.



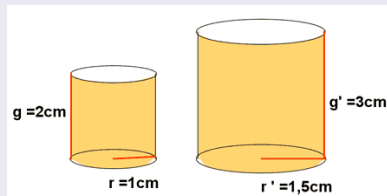
Razones de perímetros, áreas y volúmenes

Si dos figuras son semejantes con razón de semejanza k :

- La razón de sus perímetros es también k .
- La razón de sus áreas es k^2 .
- La razón de sus volúmenes es k^3 .

Ejemplo

Calcula la razón entre los volúmenes de los cilindros siguientes:



Notar que la razón entre las longitudes de los cilindros es de $k = 1,5 = \frac{3}{2}$.

$$\text{Volúmenes: } \begin{cases} \pi \cdot 1^2 \cdot 2 = 2\pi \\ \pi \cdot 1,5^2 \cdot 3 = \frac{27}{4}\pi \end{cases}$$

Razón entre volúmenes: $\frac{\frac{27}{4}\pi}{2\pi} = \frac{27}{8} = \left(\frac{3}{2}\right)^3 = k^3$

Una escala es una razón de semejanza que relaciona las medidas representadas en un mapa con las de la realidad.

Una escala 1:1000000 significa que cada cm en el mapa equivale a $1000000\text{ cm} = 10\text{ km}$ en la realidad. ¿Cuánta separación habrá en el mapa entre dos ciudades que distan 75 km ?

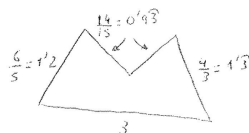
Solución: $\frac{1}{x} = \frac{1000000}{7500000} \Rightarrow x = \frac{75}{10} = \boxed{7.5 \text{ cm}}$

A.3. Hoja de soluciones

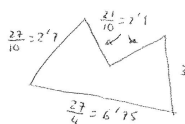
Se incluye la hoja de soluciones a los ejercicios propuestos que se proporcionó a los alumnos.

SOLUCIONES A LOS EJERCICIOS PROPUESTOS

[50]



o



[54]

$$a) \begin{aligned} A_1 &= 7 \text{ u}^2 \\ A_2 &= 28 \text{ u}^2 \end{aligned}$$

$$b) \frac{28}{7} = 4 = k^2$$

$$[51] a) \text{ Razón volúmenes} = \frac{0'640}{0'270} = \frac{64}{27} = \left(\frac{4}{3}\right)^3 = k^3 \Rightarrow \boxed{k = \frac{4}{3}}$$

$$b) \text{ Razón áreas} = k^2 = \left(\frac{4}{3}\right)^2 = \boxed{\frac{16}{9}}$$

$$c) \frac{x}{30} = \frac{4}{3} \Rightarrow x = \frac{30 \cdot 4}{3} = \boxed{40 \text{ cm}}$$

[64]

$$c) \frac{1050}{5+7+13} = 42 = k \Rightarrow \begin{cases} 42 \cdot 5 = \boxed{210} \\ 42 \cdot 7 = \boxed{294} \\ 42 \cdot 13 = \boxed{546} \end{cases}$$

[69]

$$d) 250 \cdot 1'16 \cdot 0'95 \cdot 1'08 = \boxed{297'54}$$

[72]

$$a) 800 \cdot 0'25 = \boxed{200}$$

$$b) x \cdot 1'15 = 143'75 \Rightarrow \boxed{x = 125}$$

$$c) x \cdot 0'94 = 169'2 \Rightarrow \boxed{x = 180}$$

[81]

$$2240 = 2000 \left(1 + \frac{3 \cdot r}{100}\right) \Rightarrow \frac{3r}{100} = \frac{2240}{2000} - 1 \Rightarrow r = \frac{0'12 \cdot 100}{3} = 4 \Rightarrow \boxed{r = 4}$$

(El tipo de interés es del 4 %)

[83]

$$4375 = 3500 \left(1 + \frac{5 \cdot t}{100}\right) \Rightarrow \frac{5t}{100} = \frac{4375}{3500} - 1 \Rightarrow t = \frac{0'25 \cdot 100}{5} \Rightarrow \boxed{t = 5 \text{ años}}$$

[86]

$$a) \frac{x}{7} = \frac{3'5}{3} \Rightarrow x = \frac{7 \cdot 3'5}{3} = \boxed{\frac{49}{6}}$$

$$b) \frac{6}{7} = \frac{x}{3} \Rightarrow \boxed{x = 2} ; \quad \frac{9+3}{7} = \frac{y}{6'5} \Rightarrow y = \frac{12 \cdot 6'5}{7} = \boxed{\frac{24}{3}}$$

A.4. Examen

Se incluye el examen realizado al final de la unidad.

| | | | |
|------------------------------|--------------|--------------------------|--|
| IES "Práxedes Mateo Sagasta" | | Matemáticas Académicas | |
| Departamento de Matemáticas | | Tema 6: Proporcionalidad | |
| Nombre | Grupo | Fecha | |
| | E3A | 7 – abr – 2017 | |
| | Calificación | | |



Ejercicio 1 (1.5 puntos): Decide si las siguientes tablas de valores corresponden a dos magnitudes directamente o inversamente proporcionales, o si no tienen ninguna relación de proporcionalidad. En el caso de que la tengan, indica el valor de la constante de proporcionalidad.

a)

| | | | | |
|---|---|---|---------------|----|
| X | 9 | 3 | $\frac{1}{2}$ | 18 |
| Y | 2 | 6 | 36 | 1 |


b)

| | | | | |
|---|---|----|---|----------------|
| X | 4 | 2 | 3 | $\frac{24}{3}$ |
| Y | 7 | 14 | 9 | 3 |


c)

| | | | | |
|---|----|---|----|----|
| X | 40 | 8 | 20 | 16 |
| Y | 10 | 2 | 5 | 4 |

| | | | |
|------------------------------|-------|--------------------------|--|
| IES "Práxedes Mateo Sagasta" | | Matemáticas Académicas | |
| Departamento de Matemáticas | | Tema 6: Proporcionalidad | |
| Nombre | Grupo | Fecha | |
| | E3A | 7 - abr - 2017 | |
| Calificación | | | |



Unión Europea
Fondo Social Europeo
"El FSE invierte en tu futuro"




GOBERNACIÓN DEL PAÍS VASCO


Ejercicio 2 (1 punto): Una empresa quiere repartir 6500 € entre tres de sus trabajadores, de forma directamente proporcional a los días que han trabajado este mes. Si han trabajado 14, 16 y 20 días respectivamente, ¿cuánto dinero le corresponderá a cada uno?

Ejercicio 3 (2 puntos): Con 5 máquinas de coser se hacen 60 jerseys en 6 horas. ¿Cuántas máquinas necesitaremos para hacer un 20% más de jerseys en 3 horas?

| | | | |
|------------------------------|-------|--------------------------|--|
| IES "Práxedes Mateo Sagasta" | | Matemáticas Académicas | |
| Departamento de Matemáticas | | Tema 6: Proporcionalidad | |
| Nombre | Grupo | Fecha | |
| | E3A | 7 – abr – 2017 | |
| Calificación | | | |



Unión Europea
Fondo Social Europeo
"El FSE invierte en tu futuro"



Ejercicio 4 (2 puntos): Tenemos un capital de 10000 € y lo colocamos durante 3 años con un tipo de interés del 5%.

- a) Calcula el capital final en los dos casos: si el interés es simple y si es compuesto.
- b) Explica, con tus palabras, por qué el capital final es más alto en el caso del interés compuesto que en el del simple.

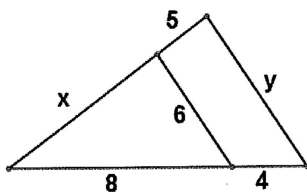
| | | | |
|------------------------------|-------|--------------------------|--|
| IES "Práxedes Mateo Sagasta" | | Matemáticas Académicas | |
| Departamento de Matemáticas | | Tema 6: Proporcionalidad | |
| Nombre | Grupo | Fecha | |
| | E3A | 7 - abr - 2017 | |
| | | Calificación | |



Unión Europea
Fondo Social Europeo
"El FSE invierte en la futuro"



Ejercicio 5 (1,5 puntos): Calcula los valores restantes de la figura e indica la razón de semejanza entre los dos triángulos.



| | | | |
|------------------------------|-------|--------------------------|--|
| IES "Práxedes Mateo Sagasta" | | Matemáticas Académicas | |
| Departamento de Matemáticas | | Tema 6: Proporcionalidad | |
| Nombre | Grupo | Fecha | |
| | E3A | 7 - abr - 2017 | |
| Calificación | | | |

**Ejercicio 6 (1 punto):**

- a) Tras rebajar un pantalón un 25%, su precio es de 24 €. Calcula cuánto valía el pantalón antes de la rebaja.
- b) En un instituto se han incrementado las matrículas un 10% y un 5% durante dos años consecutivos. Si este último año hay en el instituto 1155 alumnos, ¿cuántos había matriculados hace dos años?

Ejercicio 7 (1 punto): Sean dos rectángulos semejantes cuya razón de semejanza es $k = 3$.

- a) Averigua el perímetro del rectángulo pequeño si el grande tiene perímetro = 24 cm.
- b) ¿Cuál será el área del rectángulo grande si el pequeño tiene área = 3 cm^2 ?

Referencias

- [1] E. FONSECA: Apuntes de la asignatura *Aprendizaje y Desarrollo de la Personalidad*.
- [2] J. MURILLO, C. JIMÉNEZ: Apuntes de la asignatura *Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas*.
- [3] E. CHOCARRO, M. A. JIMÉNEZ: Apuntes de la asignatura *Procesos y Contextos Educativos*.
- [4] J. GIRÓ: Apuntes de la asignatura *Sociedad, Familia y Educación*.
- [5] L. ESPAÑOL, R. CASTELLANOS: Apuntes de la asignatura *Complementos para la Formación Disciplinar en Matemáticas*.
- [6] L. ESPAÑOL, R. CASTELLANOS: Apuntes de la asignatura *Innovación Docente e Iniciación a la Investigación Educativa*.
- [7] C. MARTÍN BRAVO, J.I. NAVARRO GUZMÁN, J.M. ROMÁN SÁNCHEZ, M.A. CARBONERO MARTÍN: Cerebro, adolescencia y educación.

- [8] EDITORIAL SM: Libro de Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas. Proyecto Savia. 3º ESO.

- [9] PÁGINA WEB DEL I.E.S. PRÁXEDES MATEO SAGASTA:
<http://www.iessagasta.edurioja.org/>

- [10] SEÑAS DE IDENTIDAD DEL CENTRO:
[http://www.iessagasta.edurioja.org/attachments/article/71/se%C3%B1as_de_identidad%20PEC%20\(16_17\).pdf](http://www.iessagasta.edurioja.org/attachments/article/71/se%C3%B1as_de_identidad%20PEC%20(16_17).pdf)

- [11] REGLAMENTO DE ORGANIZACIÓN Y FUNCIONAMIENTO DEL CENTRO:
http://www.iessagasta.edurioja.org/attachments/article/71/ROFC%20mod%2030_6_14%20y%2030_10_14.pdf

- [12] CURRÍCULO DE LA E.S.O. EN LA RIOJA:
http://ias1.larioja.org/boletin/Bor_Boletinvisor_Servlet?referencia=2386883-1-PDF-493946

- [13] CURRÍCULO DE BACHILLERATO EN LA RIOJA:
http://ias1.larioja.org/boletin/Bor_Boletinvisor_Servlet?referencia=2419707-1-PDF-494584

- [14] GOOGLE MAPS:
<https://maps.google.com/>

- [15] GEOGEBRA:
<https://www.geogebra.org/>

- [16] \LaTeX :
<https://www.latex-project.org/>

- [17] REPORTAJE RTVE: LA CADENA DEL SILENCIO:
[http://www.rtve.es/television/20130405/
cadena-del-silencio/631200.shtml](http://www.rtve.es/television/20130405/cadena-del-silencio/631200.shtml)

- [18] BIOGRAFÍA DE TALES DE MILETO:
[http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/history/Biographies/
Thales.html](http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/history/Biographies/Thales.html)